

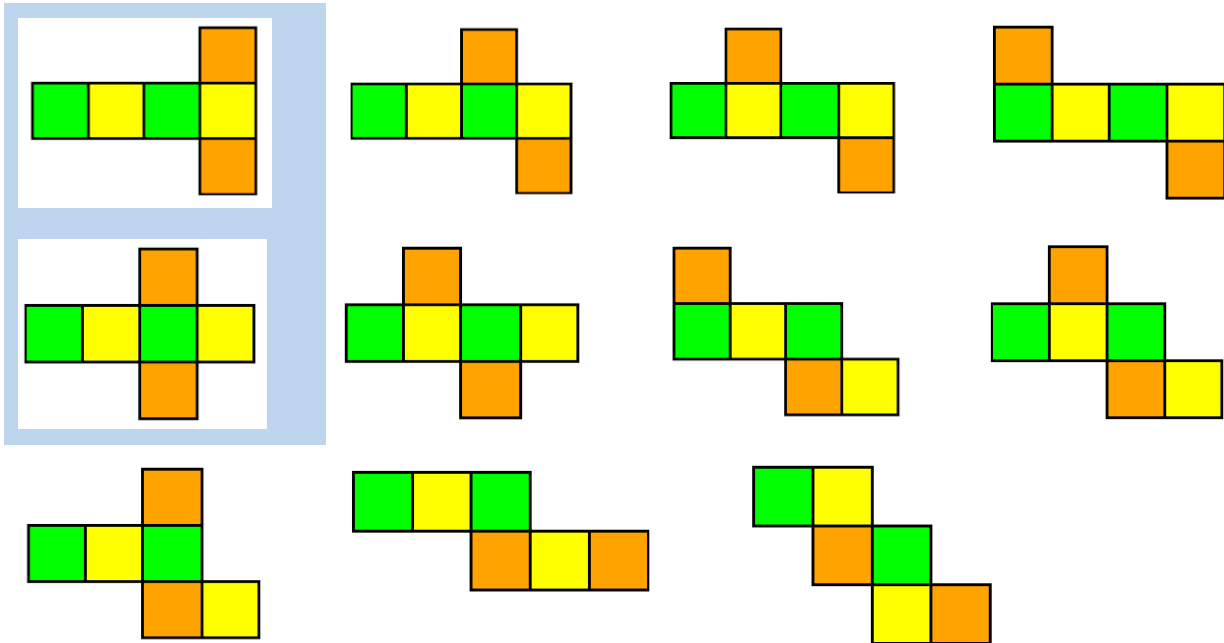
Lösungen Kunterbunte Mathematik Kap. 11

A 11.1

(eigene Aktivitäten)

A 11.2

Spiegelt man die 11 abgebildeten Netze, so ergeben sich die folgenden Bilder; bei den blau unterlegten Netzen tritt keine Veränderung bei der Spiegelung ein.



A 11.3

(eigene Aktivitäten)

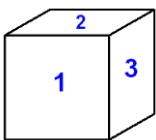
A 11.4

(eigene Aktivitäten)

A 11.5:

- a. 1. Reihe: Das dritte Schrägbild passt nicht zum Netz, die anderen drei passen.
- 2. Reihe: Das zweite und das vierte Schrägbild passen nicht zum Netz, die anderen beiden passen.
- b. Die blau, rot und pink gefärbten Flächen stoßen zwar aneinander, aber die rechts sichtbare Fläche ist beim zugehörigen Schrägbild jeweils nicht sichtbar, da es auf der linken Seite liegt und im Schrägbild nicht zu sehen ist.

A 11.6



Im Folgenden sind alle Möglichkeiten von Schrägbildern aufgelistet:

a.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|------|--------|--------|------|--------|--------|------|------|------|------|--------|--------|
| 1 | rot | rot | rot | rot | grün | grün | grün | grün | gelb | gelb | gelb | gelb |
| 2 | pink | blau | orange | grün | rot | orange | gelb | pink | blau | pink | grün | orange |
| 3 | blau | orange | grün | pink | orange | gelb | pink | rot | pink | grün | orange | blau |

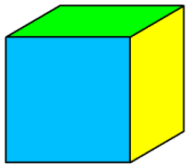
| | | | | | | | | | | | | |
|---|------|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|------|------|------|
| 1 | blau | blau | blau | blau | orange | orange | orange | orange | pink | pink | pink | pink |
| 2 | rot | pink | gelb | orange | grün | rot | blau | gelb | blau | rot | grün | gelb |
| 3 | pink | gelb | orange | rot | rot | blau | gelb | grün | rot | grün | gelb | blau |

b.

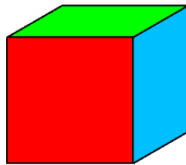
| | | | | | | | | | | | | |
|---|--------|--------|------|------|--------|--------|------|------|------|------|------|------|
| 1 | rot | rot | rot | rot | grün | grün | grün | grün | gelb | gelb | gelb | gelb |
| 2 | pink | orange | grün | gelb | rot | orange | blau | gelb | blau | pink | rot | grün |
| 3 | orange | grün | gelb | pink | orange | blau | gelb | rot | pink | rot | grün | blau |

| | | | | | | | | | | | | |
|---|--------|------|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|------|
| 1 | blau | blau | blau | blau | orange | orange | orange | orange | pink | pink | pink | pink |
| 2 | orange | pink | gelb | grün | grün | rot | pink | blau | blau | orange | rot | gelb |
| 3 | pink | gelb | grün | orange | rot | pink | blau | grün | orange | rot | gelb | blau |

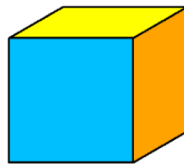
c.



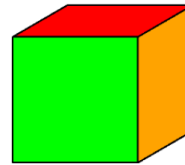
nein



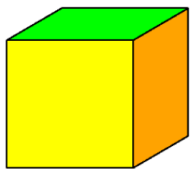
nein



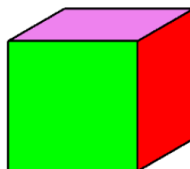
ja



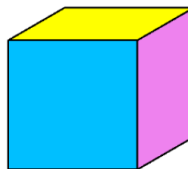
ja



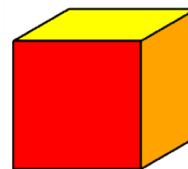
ja



ja



nein



nein

A 11.7

Die Chance, dass beim Werfen von zwei Würfeln Augensumme 5 (9) auftritt, ist

- doppelt so groß wie für Augensumme 3 oder für Augensumme 9,
- viermal so groß wie für Augensumme 2 oder für Augensumme 12.

Die Chance, dass beim Werfen von zwei Würfeln Augensumme 6 (8) auftritt, ist

- fünfmal so groß wie für Augensumme 2 oder für Augensumme 12.

Die Chance, dass beim Werfen von zwei Würfeln Augensumme 4 (10) auftritt, ist

- dreimal so groß wie für Augensumme 2 oder für Augensumme 12.

A 11.8

Wenn man 720-mal zwei Würfel wirft, dann kannst du ungefähr folgende Häufigkeiten **erwarten**:

- 20-mal die Augensumme 2 und 20-mal die Augensumme 12,
- 40-mal die Augensumme 3 und 40-mal die Augensumme 11,
- 60-mal die Augensumme 4 und 60-mal die Augensumme 10,
- 80-mal die Augensumme 5 und 80-mal die Augensumme 9,
- 100-mal die Augensumme 6 und 100-mal die Augensumme 8,
- 120-mal die Augensumme 7.

Wenn man beispielsweise 540-mal zwei Würfel wirft, dann kannst du ungefähr folgende Häufigkeiten **erwarten**:

- 15-mal die Augensumme 2 und 15-mal die Augensumme 12,
- 30-mal die Augensumme 3 und 30-mal die Augensumme 11,
- 45-mal die Augensumme 4 und 45-mal die Augensumme 10,
- 60-mal die Augensumme 5 und 60-mal die Augensumme 9,
- 75-mal die Augensumme 6 und 75-mal die Augensumme 8,
- 90-mal die Augensumme 7.

A 11.9

(1) Dies ist eine faire Spielregel, da A in 18 von 36 Fällen gewinnt und ansonsten B

(2) Diese Spielregel ist nicht fair, da A nur in 15 von 36 Fällen gewinnt.

Bei einer fairen Spielregel für

zwei Teilnehmer muss jeder Teilnehmer in 18 von 36 Fällen gewinnen,

drei Teilnehmer muss jeder Teilnehmer in 12 von 36 Fällen gewinnen (z. B. A: 2, 3, 4, 5, 11; B: 6, 7, 12; C: 8, 9, 10),

vier Teilnehmer muss jeder Teilnehmer in 9 von 36 Fällen gewinnen (z. B. A: 2, 3, 4, 10; B: 5, 6; C: 7, 11, 12; D: 8,9).

A 11.10

| | | | | | | | | | | | |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| Augenzahl | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Häufigkeit | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

Die Summe 18 kann durch folgende Kombinationen erreicht werden (in der zweiten bzw. vierten Spalte stehen jeweils die Augensummen, die in der ersten bzw. dritten Spalte nicht vorkommen).

| | | | |
|------------------------|---------------------|------------------------|---------------------|
| 2, 3, 4, 5, 6, 10 | 7, 8, 9, 11, 12 | 2, 3, 8, 9, 10, 11, 12 | 4, 5, 6, 7 |
| 2, 3, 4, 5, 6, 11, 12 | 7, 8, 9, 10 | 2, 4, 5, 6, 8 | 3, 7, 9, 10, 11, 12 |
| 2, 3, 4, 5, 7, 11 | 6, 8, 9, 10, 12 | 2, 4, 5, 6, 9, 12 | 3, 7, 8, 10, 11 |
| 2, 3, 4, 5, 8, 10 | 6, 7, 9, 11, 12 | 2, 4, 5, 6, 10, 11 | 3, 7, 8, 9, 12 |
| 2, 3, 4, 5, 8, 11, 12 | 6, 7, 9, 10 | 2, 4, 5, 7, 9 | 3, 6, 8, 10, 11, 12 |
| 2, 3, 4, 5, 9, 10, 12 | 6, 7, 8, 11 | 2, 4, 5, 7, 10, 12 | 3, 6, 8, 9, 11 |
| 2, 3, 4, 6, 7, 12 | 5, 8, 9, 10, 11 | 2, 4, 5, 8, 9, 12 | 3, 6, 7, 10, 11 |
| 2, 3, 4, 6, 8, 11 | 5, 7, 9, 10, 12 | 2, 4, 5, 8, 10, 11 | 3, 6, 7, 9, 12 |
| 2, 3, 4, 6, 9, 10 | 5, 7, 8, 11, 12 | 2, 4, 5, 9, 10, 11, 12 | 3, 6, 7, 8 |
| 2, 3, 4, 6, 9, 11, 12 | 5, 7, 8, 10 | 2, 4, 6, 7, 10 | 3, 5, 8, 9, 11, 12 |
| 2, 3, 4, 7, 8, 12 | 5, 6, 9, 10, 11 | 2, 4, 6, 7, 11, 12 | 3, 5, 8, 9, 10 |
| 2, 3, 4, 7, 9, 11 | 5, 6, 8, 10, 12 | 2, 4, 6, 8, 9 | 3, 5, 7, 10, 11, 12 |
| 2, 3, 4, 7, 10, 11, 12 | 5, 6, 8, 9 | 2, 4, 6, 8, 10, 12 | 3, 5, 7, 9, 11 |
| 2, 3, 4, 8, 9, 10 | 5, 6, 7, 11, 12 | 2, 4, 6, 9, 10, 11 | 3, 5, 7, 8, 12 |
| 2, 3, 4, 8, 9, 11, 12 | 5, 6, 7, 10 | 2, 4, 7, 8, 10 | 3, 5, 6, 9, 12 |
| 2, 3, 5, 6, 7 | 4, 8, 9, 10, 11, 12 | 2, 4, 7, 9, 10, 12 | 3, 5, 6, 8, 11 |
| 2, 3, 5, 6, 8, 12 | 4, 7, 9, 10, 11 | 2, 4, 8, 9, 10, 11 | 3, 5, 6, 7, 12 |
| 2, 3, 5, 6, 9, 11 | 4, 7, 8, 10, 12 | 2, 5, 6, 7, 11 | 3, 4, 8, 9, 10, 12 |
| 2, 3, 5, 6, 10, 11, 12 | 4, 7, 8, 9 | 2, 5, 6, 8, 10 | 3, 4, 7, 9, 11, 12 |
| 2, 3, 5, 7, 8 | 4, 6, 9, 10, 11, 12 | 2, 5, 6, 8, 11, 12 | 3, 4, 7, 9, 10 |
| 2, 3, 5, 7, 9, 12 | 4, 6, 8, 10, 11 | 2, 5, 6, 9, 10, 12 | 3, 4, 7, 8, 11 |
| 2, 3, 5, 7, 10, 11 | 4, 6, 8, 9, 12 | 2, 5, 7, 8, 11 | 3, 4, 6, 9, 10, 12 |
| 2, 3, 5, 8, 9, 11 | 4, 6, 7, 10, 12 | 2, 5, 7, 9, 10 | 3, 4, 6, 8, 11, 12 |
| 2, 3, 5, 8, 10, 11, 12 | 4, 6, 7, 9 | 2, 5, 7, 9, 11, 12 | 3, 4, 6, 8, 10 |
| 2, 3, 6, 7, 9 | 4, 5, 8, 10, 11, 12 | 2, 5, 8, 9, 10, 12 | 3, 4, 6, 7, 11 |
| 2, 3, 6, 7, 10, 12 | 4, 5, 8, 9, 11 | 2, 6, 7, 8, 12 | 3, 4, 5, 9, 10, 11 |
| 2, 3, 6, 8, 9, 12 | 4, 5, 7, 10, 11 | 2, 6, 7, 9, 11 | 3, 4, 5, 8, 10, 12 |
| 2, 3, 6, 8, 10, 11 | 4, 5, 7, 9, 12 | 2, 6, 7, 10, 11, 12 | 3, 4, 5, 8, 9 |
| 2, 3, 6, 9, 10, 11, 12 | 4, 5, 7, 8 | 2, 6, 8, 9, 10 | 3, 4, 5, 7, 11, 12 |
| 2, 3, 7, 8, 9 | 4, 5, 6, 10, 11, 12 | 2, 6, 8, 9, 11, 12 | 3, 4, 5, 7, 10 |
| 2, 3, 7, 8, 10, 12 | 4, 5, 6, 9, 11 | 2, 7, 8, 9, 11 | 3, 4, 5, 6, 10, 12 |
| 2, 3, 7, 9, 10, 11 | 4, 5, 6, 8, 12 | 2, 7, 8, 10, 11, 12 | 3, 4, 5, 6, 9 |

A 11.11

Analog zum Beispiel: Man zahlt einen Spieleinsatz von 1,00 € und wirft zwei Würfel.
 Wenn die Augensumme des Wurfs durch 4 teilbar ist, erhält man den Euro zurück und gewinnt zusätzlich 3,00 Euro.
 Wenn die Augensumme nicht durch 4 teilbar ist, ist der Einsatz verloren.

A 11.12

Faire Regel für eine Auszahlung von 2,00 €: Wenn die Augensumme 4, 5 oder 6 beträgt, ...

Faire Regel für eine Auszahlung von 3,00 €: Wenn die Augensumme 5 oder 6 beträgt, ...

A 11.13

Da in 9 von 36 Fällen ein ungerades Ergebnis herauskommt, muss der auszuzahlende Betrag 3,00 € sein.

A 11.14

a.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 |
| 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 |
| 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 |

b. Für die Augensummen 1, 2, 3, 4, 5, 6 gibt es jeweils gleich viele Kombinationsmöglichkeiten, d. h., alle Summen haben die gleichen Chancen aufzutreten. Das Würfeln mit den beiden Würfeln entspricht also dem Würfeln mit einem gewöhnlichen Würfel. Das gleiche gilt auch für die anderen beiden Würfel.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 3 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 |
| 3 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 |
| 3 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 |

c. Geeignet sind auch zwei Würfel den Augenzahlen 1, 1, 1, 2, 2, 2 und 0, 0, 2, 2, 4, 4 sowie die beiden Würfel mit den Augenzahlen 0, 0, 0, 1, 1, 1 und 1, 1, 3, 3, 5, 5.

A 11.15

Efron-2: orange: (2, 3, 3, 9, 10, 11) ; gelb: (0, 1, 7, 8, 8, 8) ; grün: (5, 5, 6, 6, 6, 6) ; blau: (4, 4, 4, 4, 12, 12).

| | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 7 | 8 | 8 | 8 |
| 2 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |
| 9 | | | | | | |
| 10 | | | | | | |
| 11 | | | | | | |

| | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|
| | 5 | 5 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 2 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |
| 9 | | | | | | |
| 10 | | | | | | |
| 11 | | | | | | |

| | | | | | | |
|----|---|---|---|---|----|----|
| | 4 | 4 | 4 | 4 | 12 | 12 |
| 2 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |
| 9 | | | | | | |
| 10 | | | | | | |
| 11 | | | | | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 5 | 5 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 0 | | | | | | |
| 1 | | | | | | |
| 7 | | | | | | |
| 8 | | | | | | |
| 8 | | | | | | |
| 8 | | | | | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|----|----|
| | 4 | 4 | 4 | 4 | 12 | 12 |
| 0 | | | | | | |
| 1 | | | | | | |
| 7 | | | | | | |
| 8 | | | | | | |
| 8 | | | | | | |
| 8 | | | | | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|----|----|
| | 4 | 4 | 4 | 4 | 12 | 12 |
| 5 | | | | | | |
| 5 | | | | | | |
| 6 | | | | | | |
| 6 | | | | | | |
| 6 | | | | | | |
| 6 | | | | | | |

| | | | | |
|--------|--------|-------|-------|-------|
| | orange | gelb | grün | blau |
| orange | | 24:12 | 18:18 | 12:22 |
| gelb | 12:24 | | 22:12 | 20:16 |
| grün | 18:18 | 12:22 | | 24:12 |
| blau | 22:12 | 16:20 | 12:24 | |

orange ➤ gelb ➤ grün ➤ blau ➤ orange

Efron-3: orange: (1, 2, 3, 9, 10, 11) ; gelb: (0, 1, 7, 8, 8, 9) ; grün: (5, 5, 6, 6, 7, 7) ; blau: (3, 4, 4, 5, 11, 12).

Wenn gleiche Augenzahlen auftreten, muss der Wurf wiederholt werden. Die Kombinationsfelder sind weiß gelassen.

| | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 7 | 8 | 8 | 9 |
| 1 | | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |
| 9 | | | | | | |
| 10 | | | | | | |
| 11 | | | | | | |

| | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|
| | 5 | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 |
| 1 | | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |
| 9 | | | | | | |
| 10 | | | | | | |
| 11 | | | | | | |

| | | | | | | |
|----|---|---|---|---|----|----|
| | 3 | 4 | 4 | 4 | 11 | 12 |
| 1 | | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |
| 9 | | | | | | |
| 10 | | | | | | |
| 11 | | | | | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 5 | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 |
| 0 | | | | | | |
| 1 | | | | | | |
| 7 | | | | | | |
| 8 | | | | | | |
| 8 | | | | | | |
| 9 | | | | | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|----|----|
| | 3 | 4 | 4 | 4 | 11 | 12 |
| 0 | | | | | | |
| 1 | | | | | | |
| 7 | | | | | | |
| 8 | | | | | | |
| 8 | | | | | | |
| 9 | | | | | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|----|----|
| | 3 | 4 | 4 | 4 | 11 | 12 |
| 5 | | | | | | |
| 5 | | | | | | |
| 6 | | | | | | |
| 6 | | | | | | |
| 7 | | | | | | |
| 7 | | | | | | |

| | | | | |
|--------|--------|-------|-------|-------|
| | orange | gelb | grün | blau |
| orange | | 22:12 | 18:18 | 12:22 |
| gelb | 12:22 | | 22:12 | 20:16 |
| grün | 18:18 | 12:22 | | 24:12 |
| blau | 22:12 | 16:20 | 12:24 | |

orange ➤ gelb ➤ grün ➤ blau ➤ orange

A 11.16

Um die Reihenfolge in der Grafik zu überprüfen, müssen 10 Kombinationstabellen untersucht werden.

Im Einzelnen sind dies:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | 2 | 2 | 7 | 7 | 7 |
| 4 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 9 | | | | | | |

$R : B = 21 : 15$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 4 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 9 | | | | | | |

$R : O = 11 : 25$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 3 | 3 | 3 | 3 | 8 | 8 |
| 4 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 9 | | | | | | |

$R : Y = 26 : 10$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 1 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 4 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 9 | | | | | | |

$R : M = 16 : 20$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 2 | | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 7 | | | | | | |
| 7 | | | | | | |
| 7 | | | | | | |

$B : O = 21 : 15$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 3 | 3 | 3 | 3 | 8 | 8 |
| 2 | | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 7 | | | | | | |
| 7 | | | | | | |
| 7 | | | | | | |

$B : Y = 27 : 9$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 1 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 2 | | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 7 | | | | | | |
| 7 | | | | | | |
| 7 | | | | | | |

$B : M = 24 : 12$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 3 | 3 | 3 | 3 | 8 | 8 |
| 0 | | | | | | |
| 5 | | | | | | |
| 5 | | | | | | |
| 5 | | | | | | |
| 5 | | | | | | |
| 5 | | | | | | |

$G : Y = 20 : 16$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 1 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 0 | | | | | | |
| 5 | | | | | | |
| 5 | | | | | | |
| 5 | | | | | | |
| 5 | | | | | | |
| 5 | | | | | | |

$O : M = 10 : 26$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 1 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 3 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |
| 8 | | | | | | |
| 8 | | | | | | |

$Y : M = 20 : 16$

- a. *Blue* ➤ *Magenta* (24:12), *Magenta* ➤ *Olive* (26:10), *Olive* ➤ *Red* (25:11), *Red* ➤ *Yellow* (26:10) und *Yellow* ➤ *Blue* (27:9)
- b. *Red* ➤ *Blue* (21:15), *Blue* ➤ *Olive* (21:15), *Olive* ➤ *Yellow* (20:16), *Yellow* ➤ *Magenta* (20:16) und *Magenta* ➤ *Red* (20:16)