**Lösungen Kunterbunte Mathematik Kap. 10**

## A 10.1

Es gibt kein magisches 2×2-Quadrat. Die Summe aller vier Felder ergibt 10, d. h., dass beispielsweise in jeder Zeile des Quadrats die Summe 5 sein muss. Hierfür gibt es zwar die Aufteilung 1 + 4 und 2 + 3, aber und die vier Zahlen können nicht so angeordnet werden, dass auch die Spalten die Summe 5 ergeben.

| | |
|---|---|
| **1** | **4** |
| **2** | **3** |

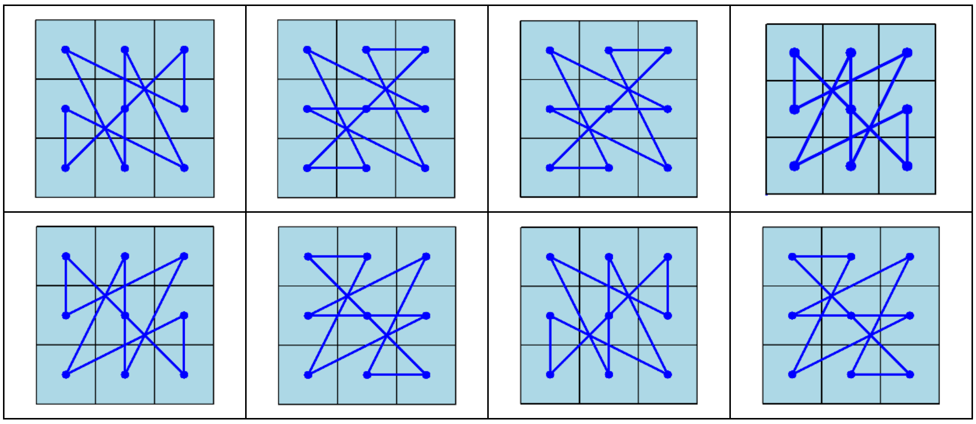
| | |
|---|---|
| **1** | **4** |
| **3** | **2** |

## A 10.2

Die vier Zeilensummen (oder Spaltensummen) des 4x4-Quadrats müssen dann jeweils 136 : 4 = 34 sein.

Die fünf Zeilensummen (oder Spaltensummen) des 5x5-Quadrats müssen dann jeweils 325 : 5 = 65 sein.

## A 10.3



## A 10.4

Da es im Prinzip nur einen Grundtyp eines magischen 3x3-Quadrats gibt, genügt es, eine der acht Formen anzuschauen. Man sieht sofort, dass die Eigenschaft nicht erfüllt ist: 8 + 7 + 9 = 24 und 1 + 3 + 2.

| | | |
|---|---|---|
| **4** | **9** | **2** |
| **3** | **5** | **7** |
| **8** | **1** | **6** |

## A 10.5

(eigene Aktivitäten)

## A 10.6

In der ersten Abbildung sind die folgenden Felder miteinander verbunden; sie bilden jeweils eine Raute:

5 + 10 + 7 + 12 = 9 + 6 + 11 + 8 =  3 + 10 + 7 + 14 = 6 + 15 + 2 + 11

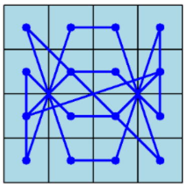
In der zweiten Abbildung sind die folgenden Felder miteinander verbunden; sie bilden jeweils eine Raute, außerdem das äußere Quadrat:

16 + 8 + 1 + 9 = 5 + 4 + 13 + 12 = 16 + 2 + 15 + 1 = 3 + 13 + 4 + 14 = 16 + 13 + 1 + 4

In der dritten Abbildung sind Felder, die jeweils ein gedrehtes Quadrat bilden, miteinander verbunden außerdem das äußere Quadrat:

3 + 8 + 14 + 9 = 2 + 12 + 15 + 5 = 16 + 13 + 1 + 4

## A 10.7



## A 10.8

Spiegelung an der horizontalen bzw. vertikalen Mittellinie:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 16 | 3 | 2 | 13 |
| 5 | 10 | 11 | 8 |
| 9 | 6 | 7 | 12 |
| 4 | 15 | 14 | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 | 15 | 14 | 1 |
| 9 | 6 | 7 | 12 |
| 5 | 10 | 11 | 8 |
| 16 | 3 | 2 | 13 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 13 | 2 | 3 | 16 |
| 8 | 11 | 10 | 5 |
| 12 | 7 | 6 | 9 |
| 1 | 14 | 15 | 4 |

Spiegelung an den Diagonalen

| | | | |
|---|---|---|---|
| 16 | 3 | 2 | 13 |
| 5 | 10 | 11 | 8 |
| 9 | 6 | 7 | 12 |
| 4 | 15 | 14 | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 16 | 5 | 9 | 4 |
| 3 | 10 | 6 | 15 |
| 2 | 11 | 7 | 14 |
| 13 | 8 | 12 | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 12 | 8 | 13 |
| 14 | 7 | 11 | 2 |
| 15 | 6 | 10 | 3 |
| 4 | 9 | 5 | 16 |

Drehung um 90° (im Uhrzeigersinn)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 16 | 3 | 2 | 13 |
| 5 | 10 | 11 | 8 |
| 9 | 6 | 7 | 12 |
| 4 | 15 | 14 | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 | 8 | 5 | 16 |
| 15 | 6 | 10 | 3 |
| 14 | 7 | 11 | 2 |
| 1 | 12 | 8 | 13 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 14 | 15 | 4 |
| 12 | 7 | 6 | 8 |
| 8 | 11 | 10 | 5 |
| 13 | 2 | 3 | 16 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 13 | 8 | 12 | 1 |
| 2 | 11 | 7 | 14 |
| 3 | 10 | 6 | 15 |
| 16 | 5 | 8 | 4 |

## A 10.9

Abb. links: Die zweite und die dritte Spalte werden vertauscht.

Abb. Mitte: Das 2x2-Quadrat unten links und oben rechts bleiben unverändert, die anderen beiden veratsuchen ihre Position.

Abb. rechts: Das 4x4-Quadrat wird an der Mittelparallele gespiegelt, dann werden die zweite und dritte Spalte vertauscht.

(weitere Beispiele: eigene Aktivitäten)

## A 10.10:

Zunächst notiert man die natürlichen Zahlen zeilenweise von links nach rechts und von oben nach unten. Dann tauschen die in den Ecken stehenden Zahlen ihre Plätze mit den jeweils diagonal gegenüberliegenden Zahlen. Abschließend findet dieser Tausch auch mit den vier Zahlen des inneren Quadrats statt.

(eigene Aktivitäten)

## A 10.11

1 + 10 + 16 + 7 = 6 + 4 + 11 + 13 = 3 + 9 + 8 + 14 = 3 + 5 + 14 + 12 = 8 + 2 + 9 + 15 = 4 + 10 + 13 + 7 =34

(weitere Eigenschaften: eigene Aktivitäten)

## A 10.12

Hier einige Beispiele:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 11 | 14 |
| 15 | 10 | 5 | 4 |
| 6 | 3 | 16 | 9 |
| 12 | 13 | 2 | 7 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 11 | 14 |
| 15 | 10 | 5 | 4 |
| 6 | 3 | 16 | 9 |
| 12 | 13 | 2 | 7 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 11 | 14 |
| 15 | 10 | 5 | 4 |
| 6 | 3 | 16 | 9 |
| 12 | 13 | 2 | 7 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 11 | 14 |
| 15 | 10 | 5 | 4 |
| 6 | 3 | 16 | 9 |
| 12 | 13 | 2 | 7 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 11 | 14 |
| 15 | 10 | 5 | 4 |
| 6 | 3 | 16 | 9 |
| 12 | 13 | 2 | 7 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 11 | 14 |
| 15 | 10 | 5 | 4 |
| 6 | 3 | 16 | 9 |
| 12 | 13 | 2 | 7 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 11 | 14 |
| 15 | 10 | 5 | 4 |
| 6 | 3 | 16 | 9 |
| 12 | 13 | 2 | 7 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 11 | 14 |
| 15 | 10 | 5 | 4 |
| 6 | 3 | 16 | 9 |
| 12 | 13 | 2 | 7 |

*Hinweis*: Ramanujan machte den folgenden Ansatz. Dieser garantiert, dass jede der Summen gleich der Summe A + B + C + D ist.

| | | | |
|---|---|---|---|
| A | B | C | D |
| D + 1 | C – 1 | B – 3 | A + 3 |
| B – 2 | A + 2 | D + 2 | C – 2 |
| C + 1 | D – 1 | A + 1 | B – 1 |

## A 10.13

Ursprünglich lag eine einfache Additionstabelle für die Zahlen der Zeile oben und der Spalte links vor. Die Zahlen wurden so gewählt, dass es beim Addieren keine doppelten Ergebnisse gab. Die Summe der Zahlen auf dem Rand beträgt 34 wie bei einem magischen Quadrat.

Wenn man in einem solchen Quadrat in jeder Zeile und Spalte nur eine Zahl stehen lässt, dann kommen bei diesen vier Zahlen alle Randzahlen genau einmal als Summand vor; und da die Randzahlen zusammen 34 ergeben, ergibt sich also auch bei diesem Quadrat mit „magischen“ Eigenschaften immer die Summe 34.

Wenn man nun Spalten und Zeilen vertauscht, dann bleibt der Effekt erhalten, dass die Summe der vier übrig bleibenden Zahlen gleich 34 ist.

| + | 0 | 2 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| **1** | 1 | 3 | 9 | 11 |
| **2** | 2 | 4 | 10 | 12 |
| **5** | 5 | 7 | 13 | 15 |
| **6** | 6 | 8 | 14 | 16 |

Indem man die Randzeile und -spalte weglässt und außerdem anschließend noch Spalten und Zeilen vertauscht, verschleiert man die Art und Weise, wie das Quadrat konstruiert wurde.

Alternativ hätte man beispielsweise auch mit der folgenden Tabelle anfangen können (links) und nach Vertauschen von Zeilen und Spalten die Tabelle rechts als „Rätsel“ vorlegen können.

| + | 0 | 4 | 8 | 12 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 5 | 9 | 13 |
| 2 | 2 | 6 | 10 | 14 |
| 3 | 3 | 7 | 11 | 15 |
| 4 | 4 | 8 | 12 | 16 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **16** | **4** | **12** | **8** |
| **14** | **2** | **10** | **6** |
| **13** | **1** | **9** | **5** |
| **15** | **3** | **11** | **7** |

**A 10.14**

Auch hier werden zunächst die natürlichen Zahlen in das schräg liegende Quadrat eingetragen, dann die außen liegenden Zahlen jeweils senkrecht oder waagerecht in das freie Feld eingetragen, das am weitesten entfernt liegt.

**A 10.15**

Start mit der 1 im mittleren Feld in der oberen Reihe, dann die 2 schräg (Nordost) nach oben, Sprung nach unten, weiter schräg nach rechts oben (2, 3, 4), Sprung mit der 4 nach links, schräg nach oben (4, 5). Da das nächste Feld durch die 1 besetzt ist, für die 6 weiter ein Feld tiefer, dann schräg nach oben (6, 7, 8, 9), Sprung nach unten (9) und schräg nach rechts oben (10), Sprung nach links usw.

**A 10.16**

Ries beginnt nicht mit dem mittleren oberen Feld sondern mit dem mittleren unteren Feld, und er geht schräg nicht nach rechts oben sondern nach links unten, springt dann nach oben statt nach unten. Vom Rand rechts springt er mit der 3 nach links. Da das nächste Feld durch die 1 belegt ist, muss er die 4 ein Feld höher eintragen, dann wieder schräg nach links unten usw.

**A 10.17**

(eigene Aktivitäten)