

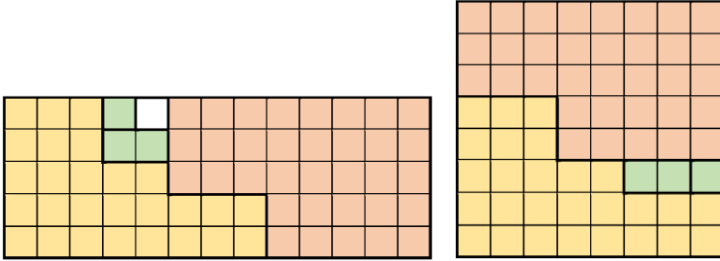
Lösungen Kunterbunte Mathematik Kap. 8

A 8.1

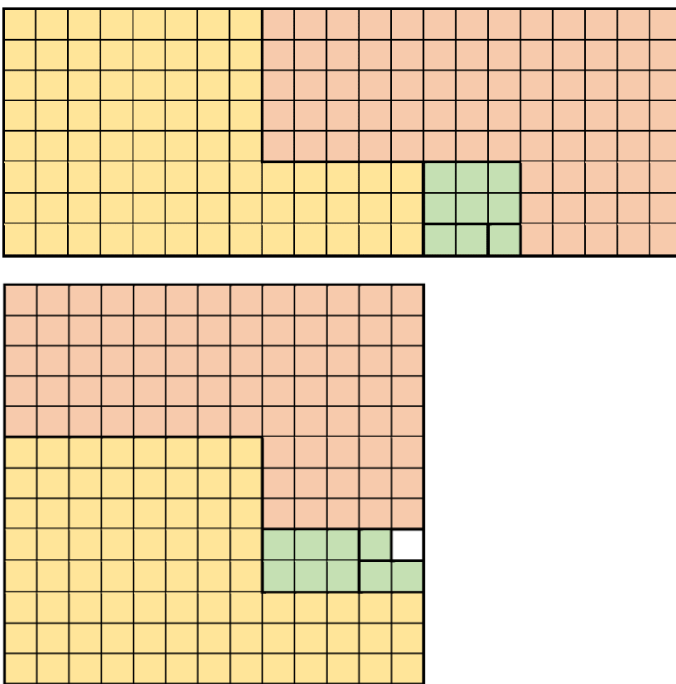
Die Steigungen in Rätsel 2 sind $\frac{5}{8} = 62,5\%$ und $\frac{8}{13} \approx 61,54\%$, in Rätsel 3 sind es $\frac{3}{5} = 60\%$ und $\frac{5}{8} = 62,5\%$.

A 8.2

Puzzlezerlegung für Rätsel 2: $5 \cdot 13$ ist um 1 größer als $8 \cdot 8$:

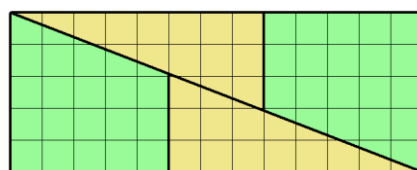
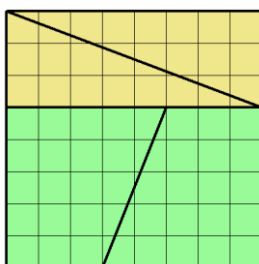
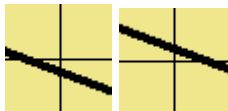


Puzzlezerlegung für Rätsel 3: $8 \cdot 21$ ist um 1 kleiner als $13 \cdot 13$:



A 8.3

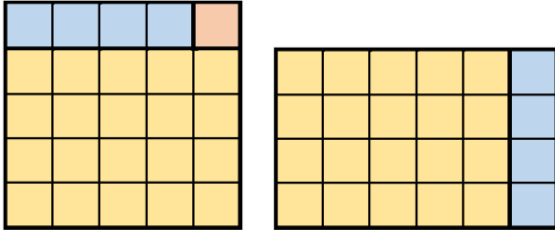
Betrachtet man bei der ersten Figur links das obere gelb gefärbte Rechteck, dann sieht man, dass die Diagonale nicht genau durch die Ecken der Rechenkästchen verläuft. In der Abbildung rechts denkt man aber, wenn man nicht genau hinschaut, dass dies genau passt. Bei den anderen Figuren kann man dies nicht so gut erkennen.



A 8.4

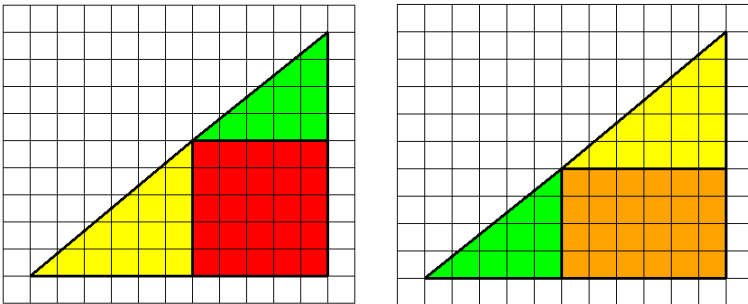
In beiden Figuren werden blaue und grüne Dreiecke betrachtet, die scheinbar eine gerade Linie bilden. Tatsächlich hat das blaue Dreieck eine Steigung von $\frac{2}{5} = 40\%$ und das grüne Dreieck von $\frac{3}{7} \approx 42,9\%$. Da der Unterschied so groß ist, ergibt sich für das orange gefärbte Rechteck innen ein Flächeninhalt von $4 \cdot 7 = 28$, was um 2 Kästchen kleiner ist als die Fläche links ($5 \cdot 6 = 30$).

A 8.5



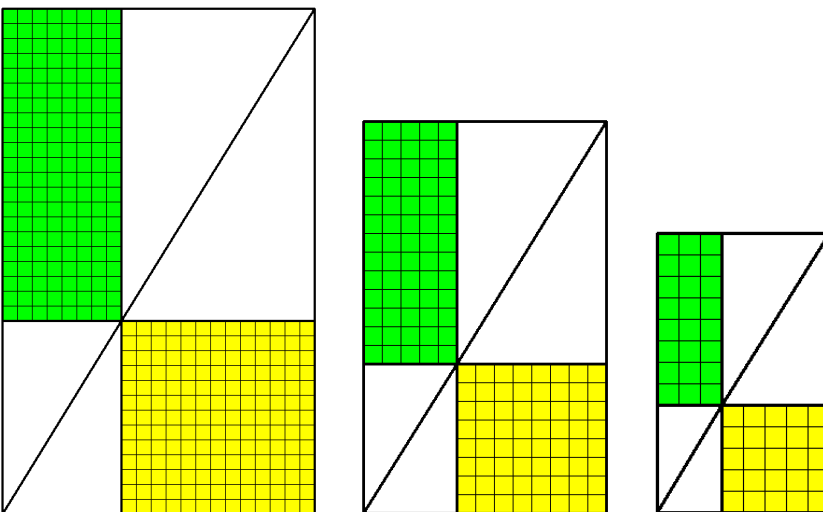
Betrachtet werden in der Grafik die aufeinanderfolgenden Zahlen 4, 5, 6. Von dem zu der mittleren Zahl gehörenden Quadrat kann man oben einen Streifen der Höhe 1 wegnehmen (blau und rot) und den blauen Teil rechts anfügen – es bleibt immer das rot gefärbte Quadrat übrig.

A 8.6



A 8.7

Der Knick in der Diagonale ist deutlich zu erkennen!



A 8.8

Nach den Gliedern 2, 3, 5, 8, 13, 21 folgen die Zahlen 34, 55, 89, 144, 233.

$$34 \cdot 89 = 3026 \text{ und } 55^2 = 3025$$

$$55 \cdot 144 = 7920 \text{ und } 89^2 = 7921$$

$$89 \cdot 233 = 20737 \text{ und } 144^2 = 20736$$

$$\frac{21}{34} = 0,6176\dots; \frac{34}{55} = 0,6181\dots; \frac{55}{89} = 0,6179\dots; \frac{89}{144} = 0,61805; \frac{144}{233} = 0,61802\dots; \dots$$

$$\frac{34}{21} = 1,6190\dots; \frac{55}{34} = 1,6176\dots; \frac{89}{55} = 1,6181\dots; \frac{144}{89} = 1,61797; \frac{233}{144} = 1,61805\dots; \dots$$

A 8.9

$$2 \cdot 8 = 16; 3 \cdot 5 = 15 \quad 3 \cdot 13 = 39; 5 \cdot 8 = 40 \quad 5 \cdot 21 = 105; 8 \cdot 13 = 104 \quad 8 \cdot 34 = 272; 13 \cdot 21 = 273$$

A 8.10

Die auf der Briefmarke abgebildeten blauen Dreiecke haben die Seitenlängen 2 und 5 bzw. 3 und 8; also von vier aufeinander folgenden Fibonacci-Zahlen die erste und dritte und die zweite und vierte.

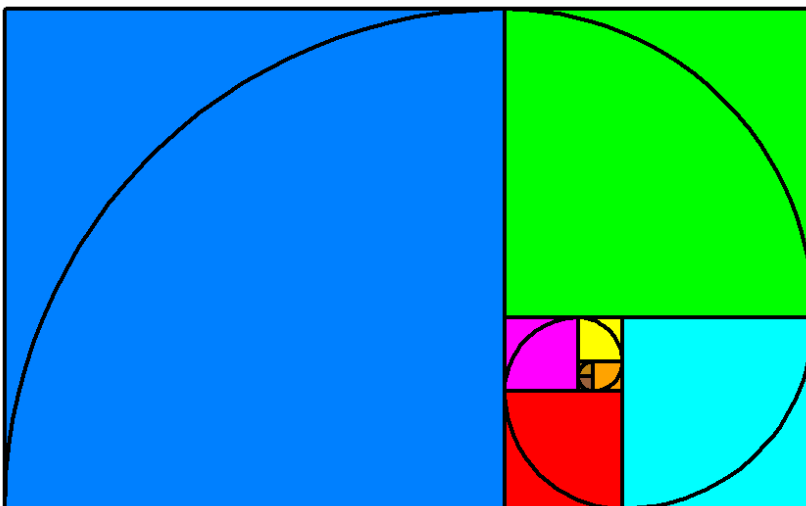
Entsprechend hätte man auch kombinieren können: 3 und 8 sowie 5 und 13 oder 5 und 13 sowie 8 und 21 usw.

Für die Steigungen dieser Dreiecke gilt: $\frac{3}{8} = 37,5\%$; $\frac{5}{13} \approx 38,5\%$; $\frac{8}{21} \approx 38,1\%$; $\frac{13}{34} \approx 38,2\%$; ...

A 8.11

- Die Dreiecke haben die Steigungen $\frac{3}{8} = 37,5\%$ und $\frac{5}{13} \approx 38,5\%$; hieraus ergeben sich Rechtecke mit den Flächeninhalten $3 \cdot 13 = 39$ bzw. $5 \cdot 8 = 40$.
- Die Dreiecke haben die Steigungen $\frac{5}{13} \approx 38,5\%$ und $\frac{8}{21} \approx 38,1\%$; hieraus ergeben sich Rechtecke mit den Flächeninhalten $5 \cdot 21 = 105$ bzw. $8 \cdot 13 = 104$.

A 8.12



$$1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 + 8^2 + 13^2 + 21^2 + 34^2 = 34 \cdot 55 = 1870$$

A 8.13

Durch die helle Färbung wird angedeutet, dass die vorletzten Kombinationen beachtet werden (+2), durch die dunkle Färbung die letzten Kombinationen (+1):

1 €	1		
2 €	1	1	2
3 €	1	2	
	1	1	2 1

4 €	1 1 2		2 2	
	1 2 1			
	1 1 1 1		2 1 1	

5 €	1 2 2			
	1 1 1 2		2 1 2	
	1 1 2 1		2 2 1	
	1 2 1 1			
	1 1 1 1 1		2 1 1 1	

6 €	1 1 2 2		2 2 2	
	1 2 1 2			
	1 1 1 1 2		2 1 1 2	
	1 2 2 1			
	1 1 1 2 1		2 1 2 1	
	1 1 2 1 1		2 2 1 1	
	1 2 1 1 1			
	1 1 1 1 1 1		2 1 1 1 1	

7 €	1 2 2 2			
	1 1 1 2 2		2 1 2 2	
	1 1 2 1 2		2 2 1 2	
	1 2 1 1 2			
	1 1 1 1 1 2		2 1 1 1 2	
	1 1 2 2 1		2 2 2 1	
	1 2 1 2 1			

	1 1 1 1 2 1	2 1 1 2 1
	1 2 2 1 1	
	1 1 1 2 1 1	2 1 2 1 1
	1 1 2 1 1 1	2 2 1 1 1
	1 2 1 1 1 1	
	1 1 1 1 1 1 1	2 1 1 1 1 1

A 8.14

4 €	1 1 2	2 2
	1 2 1	
	1 1 1 1	2 1 1

Um alle 5 Möglichkeiten darzustellen, wie man 4 € auszahlen kann, benötigt man 10x 1€- und 5x 2€-Münzen.

5 €	1 2 2	
	1 1 1 2	2 1 2
	1 1 2 1	2 2 1
	1 2 1 1	
	1 1 1 1 1	2 1 1 1

Um alle 8 Möglichkeiten darzustellen, wie man 5 € auszahlen kann, benötigt man 20x 1€- und 10x 2€-Münzen.

6 €	1 1 2 2	2 2 2
	1 2 1 2	
	1 1 1 1 2	2 1 1 2
	1 2 2 1	
	1 1 1 2 1	2 1 2 1
	1 1 2 1 1	2 2 1 1
	1 2 1 1 1	
	1 1 1 1 1 1	2 1 1 1 1

Um alle 13 Möglichkeiten darzustellen, wie man 6 € auszahlen kann, benötigt man 38x 1€- und 20x 2€-Münzen.

7 €	1 2 2 2	
	1 1 1 2 2	2 1 2 2
	1 1 2 1 2	2 2 1 2
	1 2 1 1 2	
	1 1 1 1 1 2	2 1 1 1 2
	1 1 2 2 1	2 2 2 1
	1 2 1 2 1	
	1 1 1 1 2 1	2 1 1 2 1
	1 2 2 1 1	
	1 1 1 2 1 1	2 1 2 1 1
	1 1 2 1 1 1	2 2 1 1 1
	1 2 1 1 1 1	
	1 1 1 1 1 1 1	2 1 1 1 1 1

Um alle 21 Möglichkeiten darzustellen, wie man 7 € auszahlen kann, benötigt man 71x 1€- und 38x 2€-Münzen.

A 8.15

Breite des Rechteckstreifens								Anzahl der Möglichkeiten
1 cm	1							1
2 cm	11	2						2
3 cm	12	111	21	3				4
4 cm	13	112	22	121	1111	211	31	1 + 2 + 4 = 7
5 cm	113	23	122	1112	212	32		
	131	1121	221	1211	11111	2111	311	2 + 4 + 7 = 13

Zu den Möglichkeiten drei Schritte zurück muss ein 3 cm breiter Streifen hinzugefügt werden, zu den Möglichkeiten zwei Schritte zurück muss ein 2 cm breiter Streifen hinzugefügt werden, zu den Möglichkeiten ein Schritt zurück muss ein 1 cm breiter Streifen hinzugefügt werden. Man muss also alle Möglichkeiten der letzten drei Schritte berücksichtigen.

6 cm: $4 + 7 + 13 = 24$ Möglichkeiten

7 cm: $7 + 13 + 24 = 44$ Möglichkeiten

8 cm: $13 + 24 + 44 = 81$ Möglichkeiten

9 cm: $24 + 44 + 81 = 149$ Möglichkeiten

10 cm: $44 + 81 + 144 = 269$ Möglichkeiten

A 8.16

Nach 1 Monat: 1 Paar,

nach 2 Monaten: 2 Paare,

nach 3 Monaten: $1 + 2 = 3$ Paare,

nach 4 Monaten: $2 + 3 = 5$ Paare,

nach 5 Monaten: $3 + 5 = 8$ Paare,

nach 6 Monaten: $5 + 8 = 13$ Paare,

nach 7 Monaten: $8 + 13 = 21$ Paare,

nach 8 Monaten: $13 + 21 = 34$ Paare,

nach 9 Monaten: $21 + 34 = 55$ Paare,

nach 10 Monaten: $34 + 55 = 89$ Paare,

nach 11 Monaten: $55 + 89 = 144$ Paare,

nach 12 Monaten: $89 + 144 = 233$ Paare.