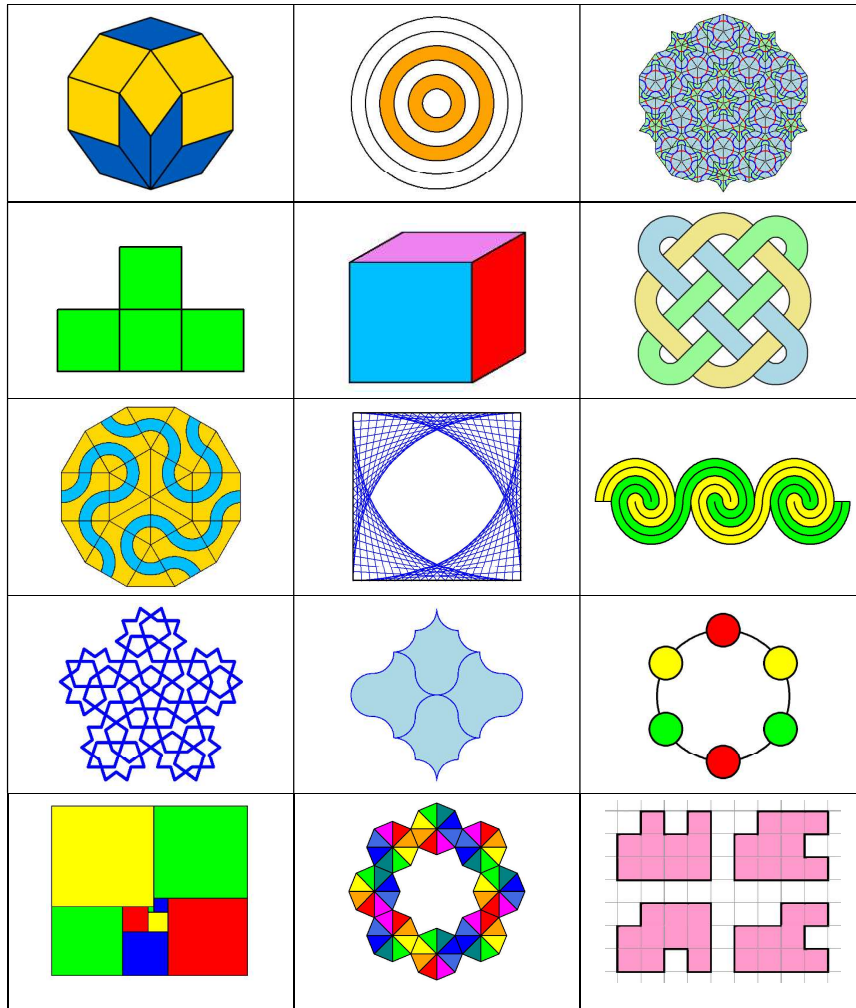




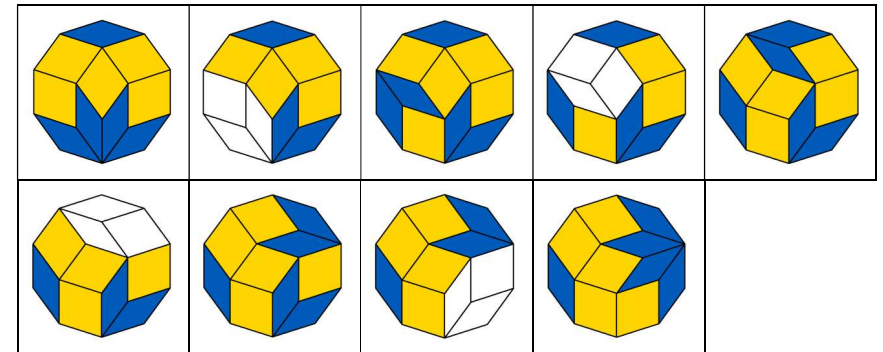
Mathematik ist schön

15 Knobelaufgaben zum Ausmalen und Auslegen - Verkauf zugunsten des Friedensdorfs Oberhausen

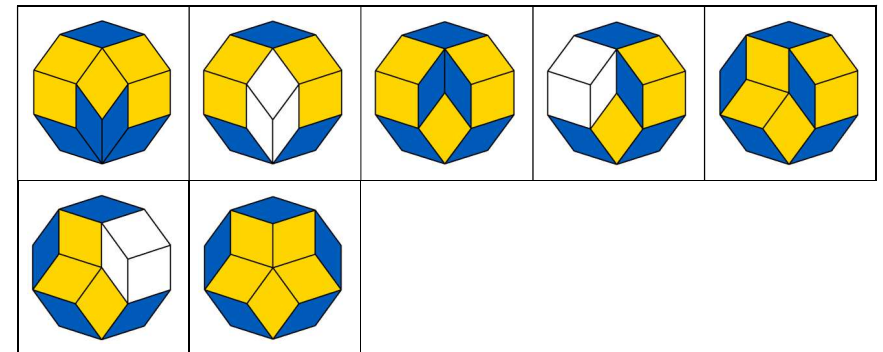


1. Parkettierung eines regelmäßigen 10-Ecks mithilfe von Rauten

Ein regelmäßiges 10-Eck lässt sich mithilfe von jeweils fünf 36° - 144° -Rauten und 72° - 108° -Rauten parkettieren, vgl. die erste Abbildung. Ausgehend von der ersten Parkettierung links kann man durch Drehen einer symmetrischen Teilfigur zu einer anderen Parkettierung des 10-Ecks gelangen, und dies fortsetzen, bis man schließlich zur Ausgangsparkettierung zurückkommt.



Es gibt noch weitere Möglichkeiten, eine gegebene Parkettierung durch Drehen eines Teilbereichs zu verändern, beispielsweise wie folgt ... oder noch auf andere Arten.



- Auf wie viele verschiedene Arten kann man ein regelmäßiges 10-Eck mit den beiden Rauten-Typen belegen?
- Kann man durch Drehen von Teilbereichen von jedem Typ zu jeweils allen anderen gelangen?

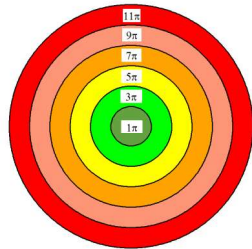
Auf Seite 28 ist ein „leeres“ regelmäßiges 10-Eck abgebildet, außerdem die beiden Rautentypen – zum Ausschneiden und Auslegen!

2. Kreisinge

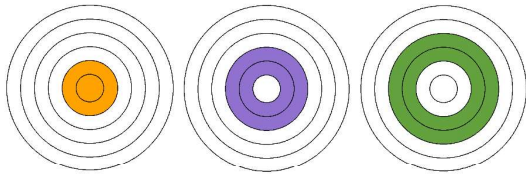
Der Flächeninhalt eines Kreises mit Radius r berechnet sich gemäß der Formel $A_r = \pi \cdot r^2$, wobei die sog. Kreiszahl $\pi = 3,14159\dots$ eine unendliche, nicht-periodische Dezimalzahl ist. Ein Kreis mit Radius $r = 1$ hat also den Flächeninhalt $A_1 = 1 \cdot \pi$, ein Kreis mit Radius $r = 2$ entsprechend den Flächeninhalt $A_2 = 4 \cdot \pi$ usw.

Ein Kreisring der Breite $\Delta = 1$ entsteht, wenn man aus einem Kreis mit Radius r einen Kreis herausnimmt, dessen Radius um 1 kleiner ist. Die Flächeninhalte der Kreisringe der Breite $\Delta = 1$ ergeben sich daher aus der Differenz zweier benachbarter Quadratzahlen, also

$$A_2 - A_1 = 4 \cdot \pi - 1 \cdot \pi = 3 \cdot \pi, A_3 - A_2 = 9 \cdot \pi - 4 \cdot \pi = 5 \cdot \pi, A_4 - A_3 = 16 \cdot \pi - 9 \cdot \pi = 7 \cdot \pi, \dots$$

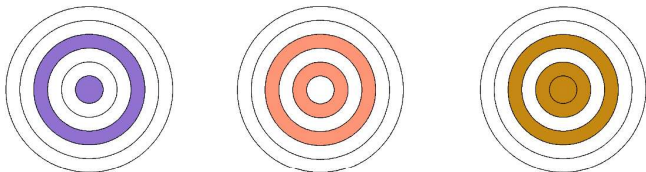


- Welchen Gesamtflächeninhalt haben Kreisringe der Breite $\Delta = 2, \Delta = 3, \dots$?



- Welche ganzzahligen Vielfachen von π kann man mithilfe von Kreisringen darstellen?
Kann es auch mehrere Darstellungen geben?

Beispiele:



$$A = 1 \cdot \pi + 7 \cdot \pi = 8 \cdot \pi$$

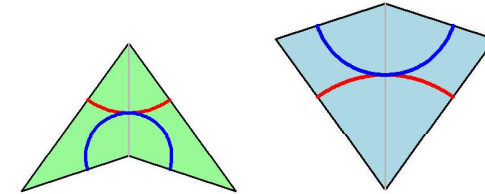
$$A = 3 \cdot \pi + 7 \cdot \pi = 10 \cdot \pi$$

$$A = 4 \cdot \pi + 7 \cdot \pi = 11 \cdot \pi$$

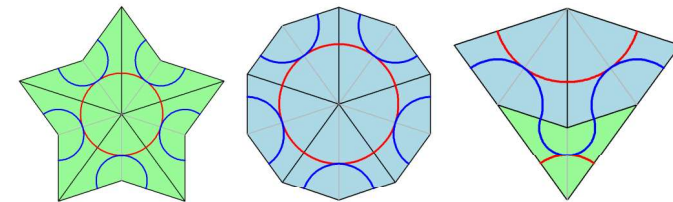
Auf Seite 19 sind konzentrische Kreise zum Ausmalen abgedruckt. Hier kann man selbstständig besondere Eigenschaften entdecken, die für die Flächeninhalte der Kreisringe gelten.

3. Darts & Kites von ROGER PENROSE

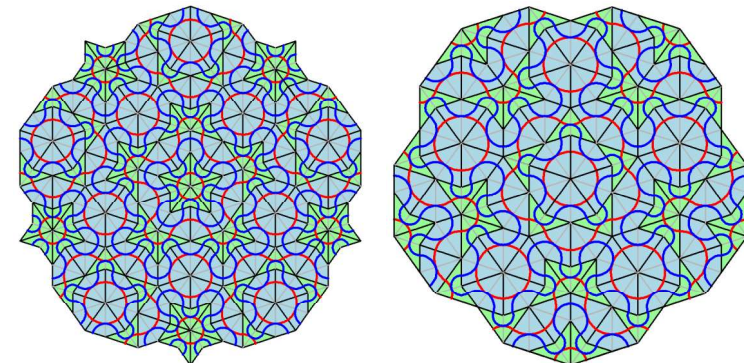
Die im folgenden abgebildeten Muster setzen sich aus zwei Bausteinen zusammen, den *darts* (Pfeile) und den *kites* (Drachen). Diese wiederum bestehen aus jeweils zwei Grundformen, nämlich aus zwei aneinanderliegenden spitzwinkligen goldenen Dreiecken (= gleichschenklige Dreiecke mit einem Winkel von 36° gegenüber der Basis) bzw. zwei aneinanderliegenden stumpfwinkligen goldenen Dreiecken (= gleichschenklige Dreiecke mit Basiswinkeln von 36°). Auf diesen Elementen sind außerdem zwei Bögen eingezeichnet – hier der eine in Rot, der andere in Blau.



Nach den Anlegeregeln von JOHN HORTON CONWAY (1937-2020) sind nur solche Figuren zugelassen, bei denen sowohl die roten als auch die blauen Bögen der *darts* und *kites* aneinander anschließen.



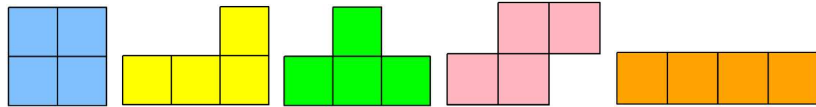
Auf diese Weise lassen sich wunderschöne Figuren erzeugen, wie beispielsweise das *infinite star pattern* (links) und das *infinite sun pattern* (rechts)



Auf den Seiten 29-30 sind *darts* & *kites* zum Ausschneiden abgedruckt – viel Spaß beim Auslegen eigener Muster!

4. Parkettieren mit Tetrominos

Es gibt fünf verschiedene Arten, Puzzlestücke aus vier aneinanderliegenden Quadraten herzustellen. Analog zur Bezeichnung der Dominosteine, die sich jeweils aus *zwei* Quadraten zusammensetzen, werden diese Puzzlesteine aus *vier* Quadraten als *Tetrominos* bezeichnet (griech. *tetra* = 4).

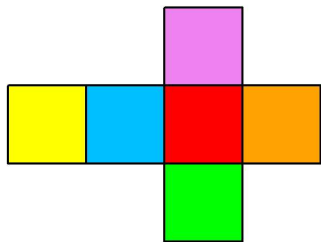


- Ist es möglich, mit den fünf *Tetrominos* ein 4×5-Rechteck (Flächeninhalt 20 FE) zu parkettieren, wobei jedes Puzzlestück genau einmal verwendet wird?
- Finde verschiedene Möglichkeiten, ein 5×8-Rechteck und ein 4×10-Rechteck (also mit Flächeninhalt 40 FE) mit je zwei Exemplaren der fünf *Tetrominos* zu belegen.
- Die weiteren Figuren haben jeweils einen Flächeninhalt, der durch 4 teilbar ist. Lassen sich diese Figuren mithilfe von *Tetrominos* parkettieren?

Auf Seite 31 sind die *Tetrominos* zum Ausschneiden abgedruckt sowie auf den Seiten 20-22 verschiedene Figuren zum Auslegen!

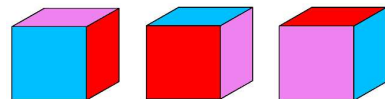
5. Bunte Würfel

Die folgende Abbildung zeigt das Netz eines Würfels mit unterschiedlich gefärbten Flächen.



Bastelt man aus diesem Netz einen Würfel (mit den farbigen Flächen außen) und zeichnet ein Schrägbild des Würfels, dann sind nur drei der sechs Flächen des Körpers sichtbar.

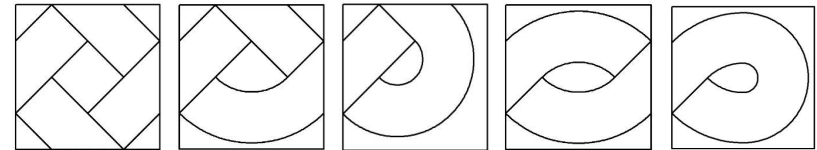
Beispiel:



Auf Seite 23 sind Schrägbilder zum Ausmalen abgedruckt. Hier stehen auch noch weitere Aufgaben.

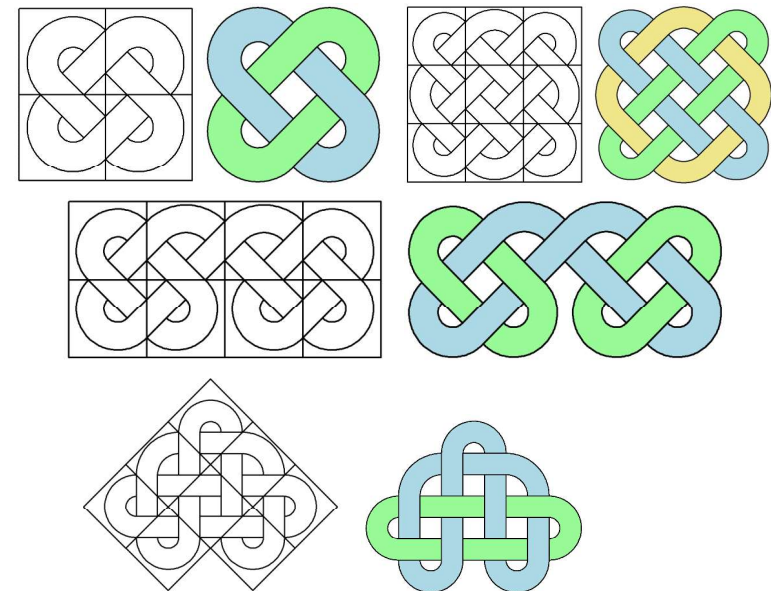
6. Flechtbänder (keltische Knoten)

Mithilfe der folgenden fünf Elemente lassen sich Muster von Flechtbändern legen; oft werden solche Bänder auch als keltische Knoten bezeichnet.



Man legt die ausgeschnittenen Elemente so aus, wie jeweils in den folgenden Abbildungen links zu sehen ist; anschließend kann man die Bänder unterschiedlich färben.

Dabei wird man oft nicht sofort überblicken können, welche Teilbereiche dieselbe Farbe erhalten; daher muss man an irgendeiner Stelle anfangen und dann das betreffende Band weiter verfolgen.

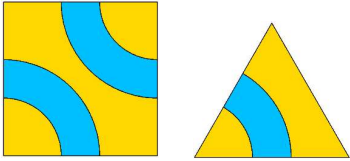


Auf Seite 24 sind Flechtbänder zum Ausmalen abgedruckt.

Auf den Seiten 32/33 sind die fünf Elemente zum Ausschneiden abgedruckt – viel Spaß beim Auslegen eigener Muster!

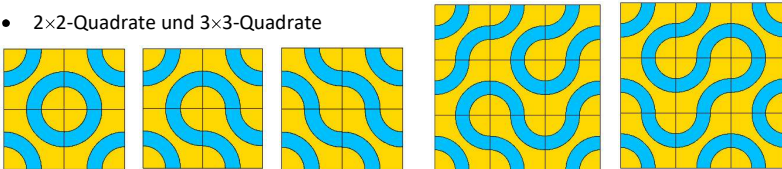
7. Einfache Muster

Die Bausteine für die folgenden Muster sind Quadrate und gleichseitige Dreiecke, auf denen ein blaues Band eingezeichnet ist:

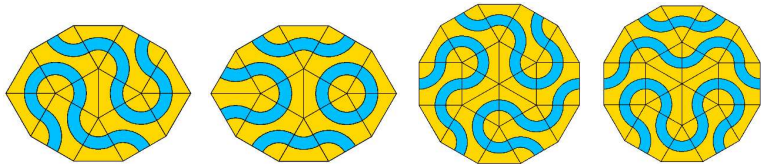


Durch Aneinanderlegen von solchen Quadraten und Dreiecken können verschiedene Muster erzeugt werden. Interessant sind natürlich nur solche, bei denen die blauen Bänder *nicht* oder höchstens *am Rand* der Figur unterbrochen sind.

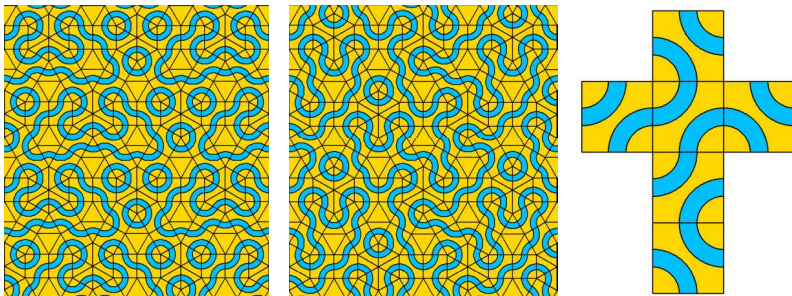
- 2x2-Quadrate und 3x3-Quadrate



- Besondere 10-Ecke oder regelmäßige 12-Ecke



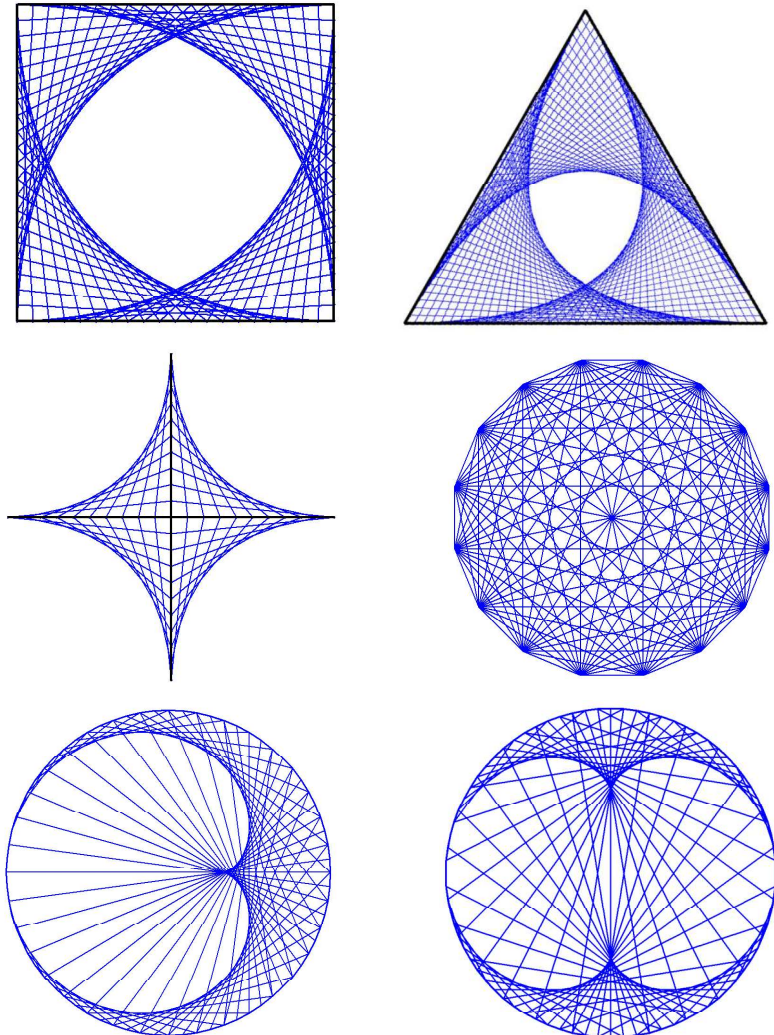
- Wenn man zwischen den regelmäßigen 12-Ecken eine Dreieck-Fläche frei lässt, können Muster entstehen, wie sie in den folgenden beiden Abbildungen links zu sehen sind. Auch kann man mit dem Quadrat-Element einen Würfel damit verzieren, vgl. rechts.



Auf Seite 34/35 sind die beiden Elemente (Quadrat und Dreieck) **zum Ausschneiden** abgedruckt – viel Spaß **beim Auslegen** eigener Muster oder auch beim Bekleben eines Würfels (Seite 36)

8. Fadenbilder

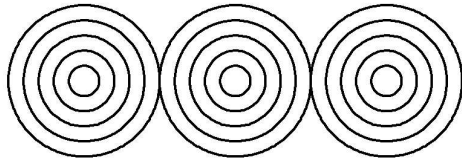
Die folgenden Muster innerhalb der Quadrate bzw. Dreiecke sind dadurch entstanden, dass bestimmte Punkte auf *einer* Seite des Quadrats bzw. Dreiecks mit bestimmten Punkten der *benachbarten* Seite verbunden wurden. Bei den Kreisen ist das etwas komplizierter ...



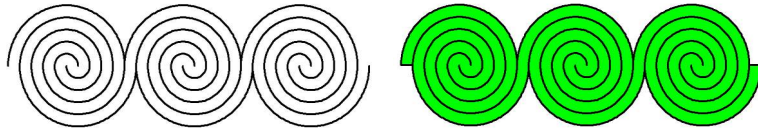
Auf Seite 25 sind die Rahmen zu diesen Mustern abgedruckt – **zum Zeichnen** der Linien (Fäden).

9. Muster aus verschobenen Halbkreisen

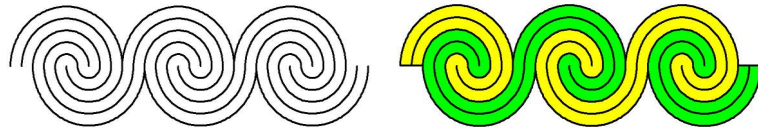
Die folgenden Figuren sind aus drei Kreisfiguren entstanden, die jeweils aus fünf zueinander konzentrischen Kreisen bestehen. Die Radien der zueinander konzentrischen Kreise unterscheiden sich jeweils um eine Einheit. Dann wurde die untere Hälfte der Kreisfiguren gegenüber der oberen Hälfte um 1 bzw. 2 Einheiten verschoben. Damit man erkennt, welche Bereiche zueinander gehören, wurden diese unterschiedlich gefärbt.



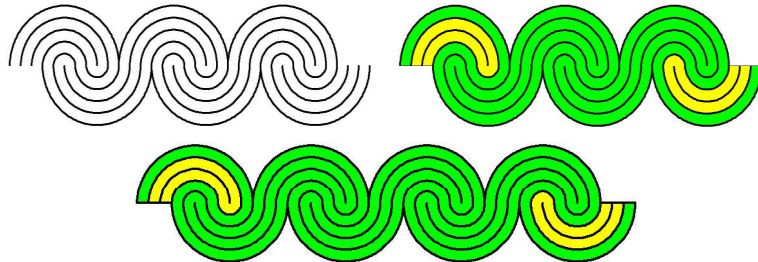
- Verschieben um 1 Einheit: Es sieht so aus, als wäre dies ein endloses Band.



- Verschieben um 2 Einheiten: Es sieht so aus, als wären dies unendlich viele kurze S-förmige Bänder, die man abwechselnd mit 2 Farben färben kann.



- Verschieben um 3 Einheiten: Wie sind die beiden kurzen gelb-gefärbten Bogenstücke am Anfang und am Ende zu deuten? (Betrachte dazu auch die Figur unten, die aus vier Figuren mit fünf Kreisen entstanden ist.)



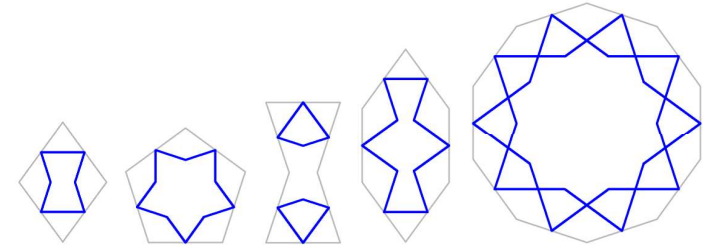
Auf Seite 26 sind verschobene Halbkreise **zum Ausmalen** abgedruckt.

Auf Seite 37 sind Kreise **zum Ausschneiden** abgedruckt – viel Spaß **beim Auslegen!**

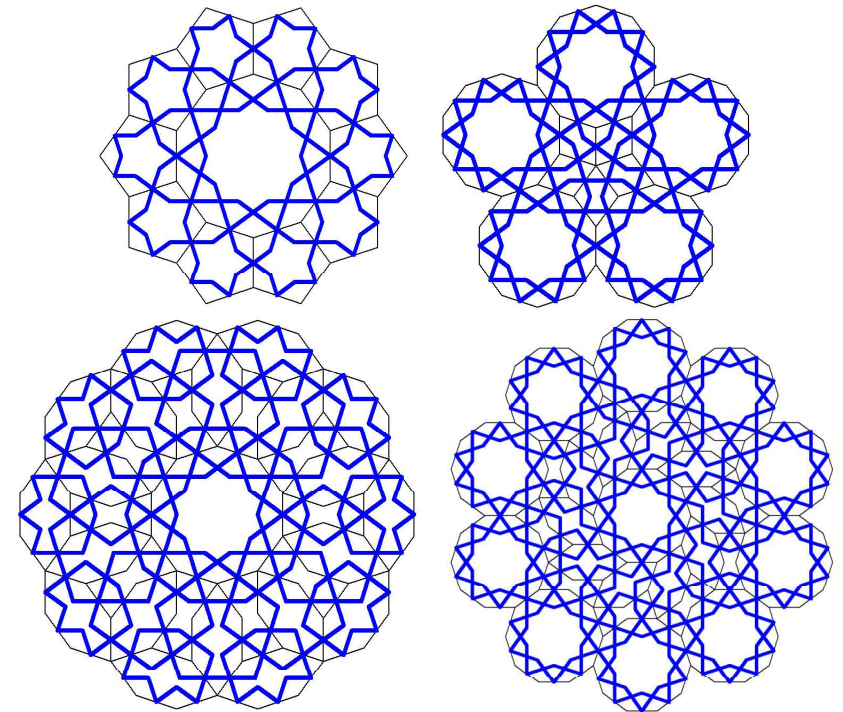
10. Girih-Muster

Seit dem 12. Jahrhundert wurden in verschiedenen Ländern des islamischen Kulturkreises, vor allem im Gebiet des heutigen Iran, besondere Fliesen verwendet, um damit Flächen auszulegen.

Es handelt sich um die folgenden fünf Typen von Fliesen mit jeweils gleich langen Seiten:



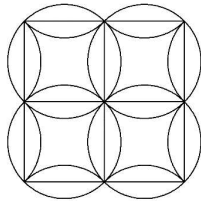
Mit diesen Fliesen kann man wunderbare Ornamente erzeugen.



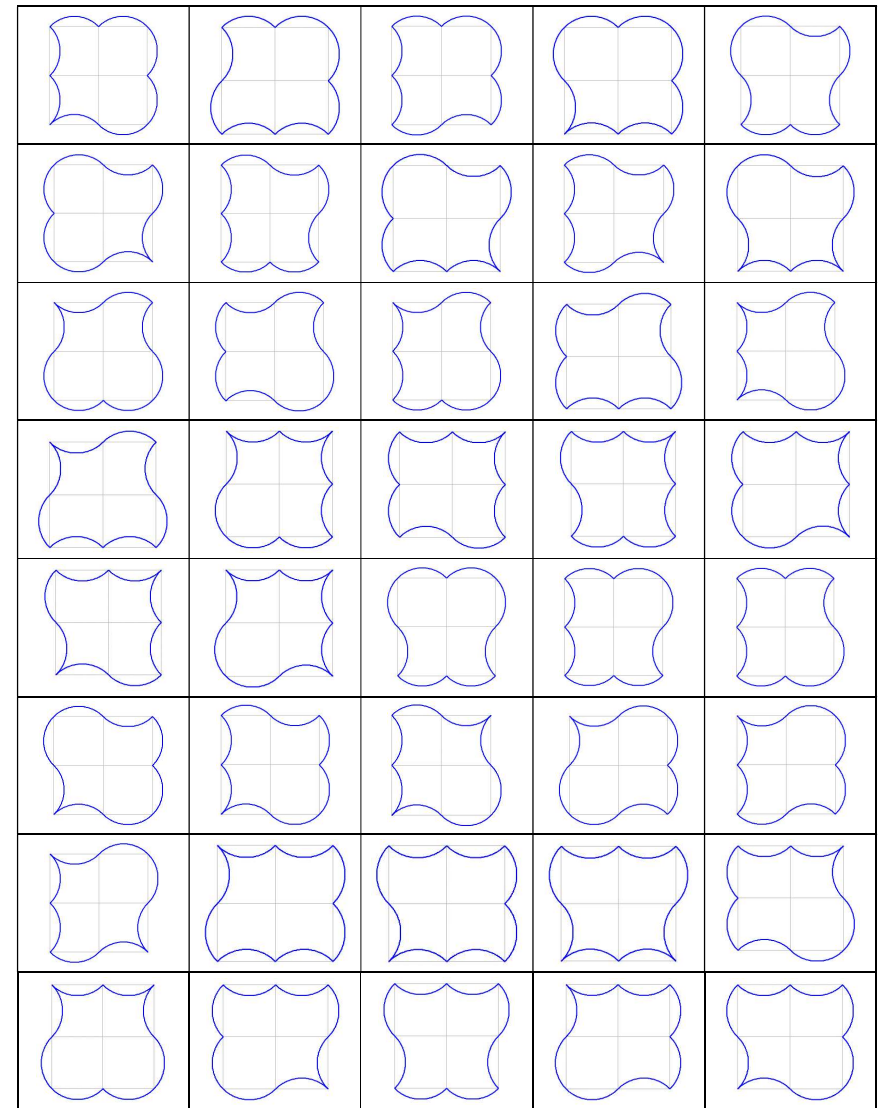
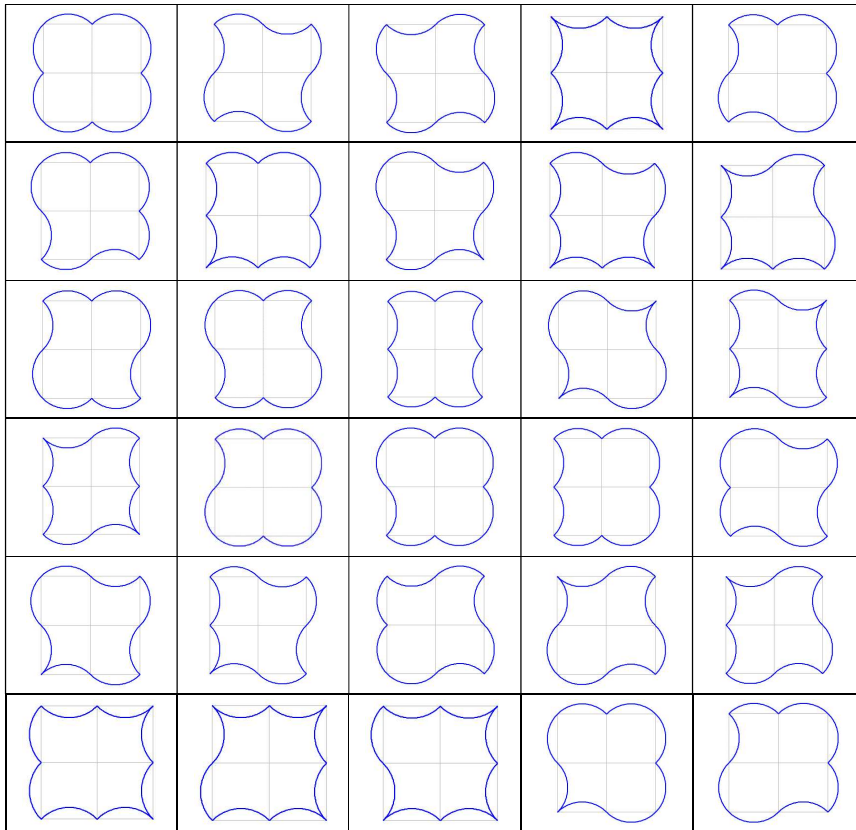
Auf Seite 38 sind die fünf Fliesentypen **zum Ausschneiden** abgedruckt – viel Spaß **beim Auslegen!**

11. Puzzlestücke mit acht Viertelkreisbögen

Zeichnet man vier aneinander liegende Quadrate jeweils mit ihren Umkreisen, außerdem noch die nach innen gespiegelten Bögen, so entsteht die folgende Figur:



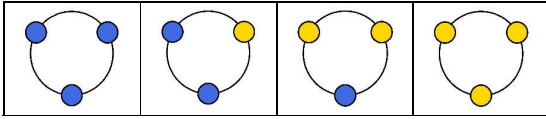
Es gibt 70 verschiedene Möglichkeiten, hieraus Puzzlestücke mit jeweils acht Viertelkreisbögen herzustellen.



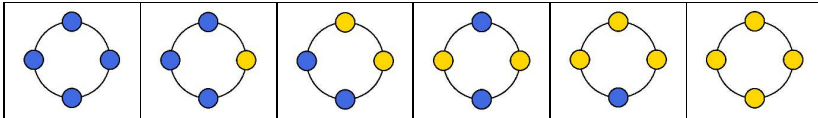
Auf den Seiten 39-40 sind Vorlagen abgedruckt, auf denen man gewünschte Formen **aufmalen** und dann **ausschneiden** kann!

12. Zum Ausmalen: Perlenketten

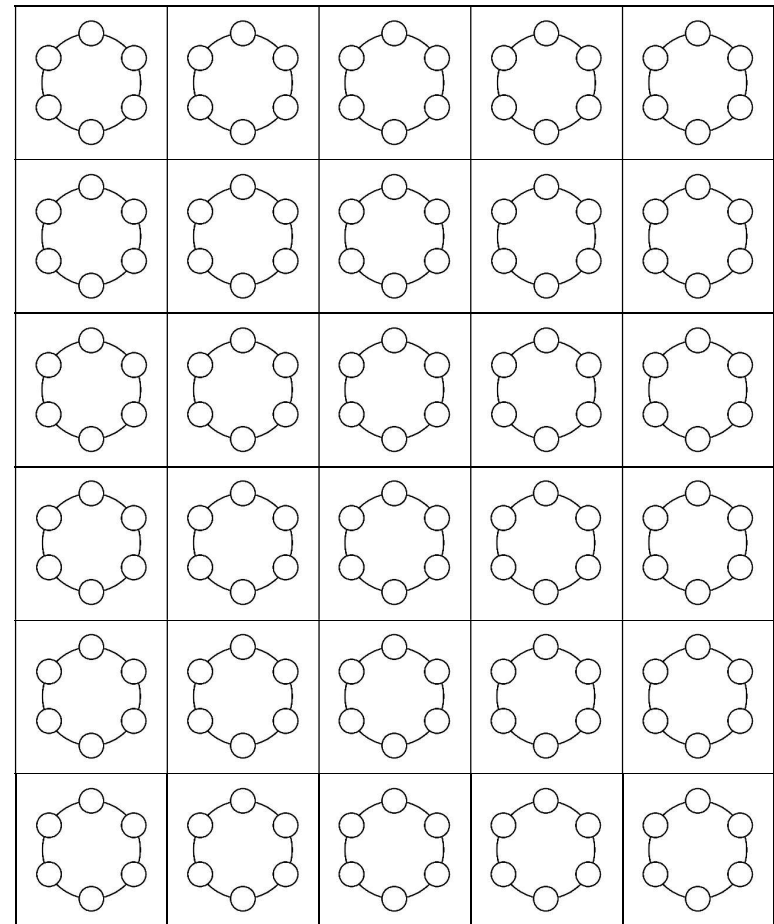
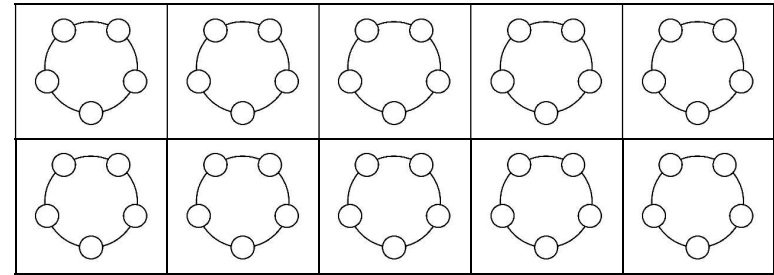
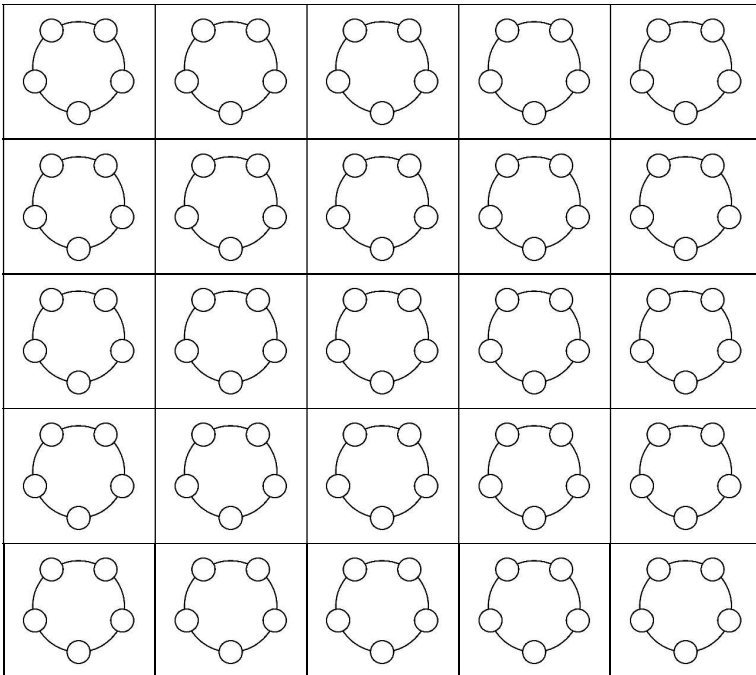
Wenn Perlen in zwei Farben zur Verfügung stehen, dann gibt es vier Möglichkeiten, eine Perlenkette mit drei Perlen zusammenzustellen,



und sechs Möglichkeiten für eine Perlenkette mit vier Perlen.



- Wie viele Möglichkeiten gibt es für Perlenketten mit fünf Perlen (und zwei Farben)?
- Wie viele Möglichkeiten gibt es für Perlenketten mit fünf Perlen und drei Farben?
- Wie viele Möglichkeiten gibt es für Perlenketten mit sechs Perlen (und zwei Farben)?
- Wie viele Möglichkeiten gibt es für Perlenketten mit sechs Perlen und drei Farben, wobei je zwei Perlen gleichgefärbt sind?



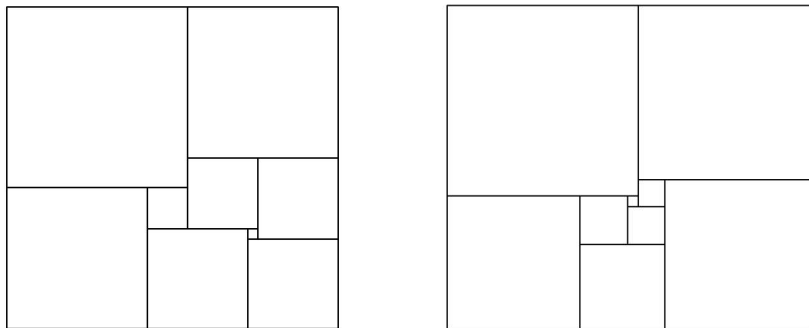
13. Zum Ausmalen: Lauter verschieden große Quadrate

Die folgenden Grafiken zeigen Rechtecke, die sich mithilfe von lauter verschieden großen Quadraten parkettieren lassen. Um die einzelnen Quadrate besser erkennen zu können, sollte man sie unterschiedlich färben. Dabei müssen zwei aneinanderstoßende Quadrate unterschiedliche Farben bekommen.

- Kommt man dabei mit drei verschiedenen Farben aus? Oder benötigt man vier verschiedene Farben?

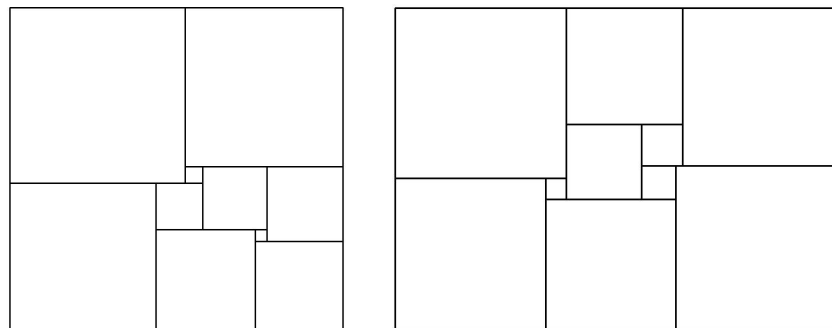
Die Abb. links zeigt ein Rechteck mit den Seitenlängen 33 und 32; die neun Quadrate haben die Seitenlängen 1, 4, 7, 8, 9, 10, 14, 15, 18.

Die Abb. rechts zeigt ein Rechteck mit den Seitenlängen 57 und 55; die neun Quadrate haben die Seitenlängen 2, 3, 8, 11, 13, 15, 17, 25, 27, 30.



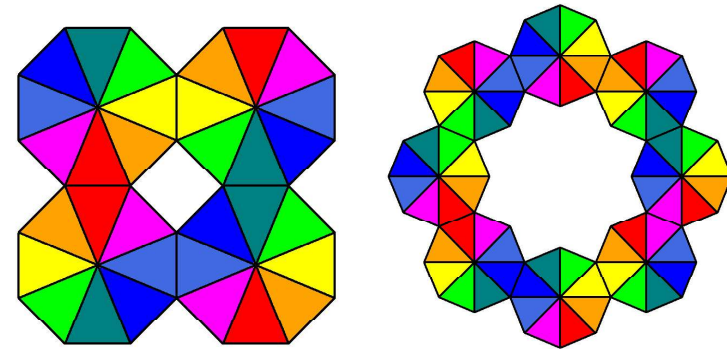
Die Abb. links zeigt ein Rechteck mit den Seitenlängen 57 und 55; die zehn Quadrate haben die Seitenlängen 2, 3, 8, 11, 13, 15, 17, 25, 27, 30.

Die Abb. rechts zeigt ein Rechteck mit den Seitenlängen 65 und 47; die zehn Quadrate haben die Seitenlängen 3, 5, 6, 11, 17, 19, 22, 23, 24, 25.

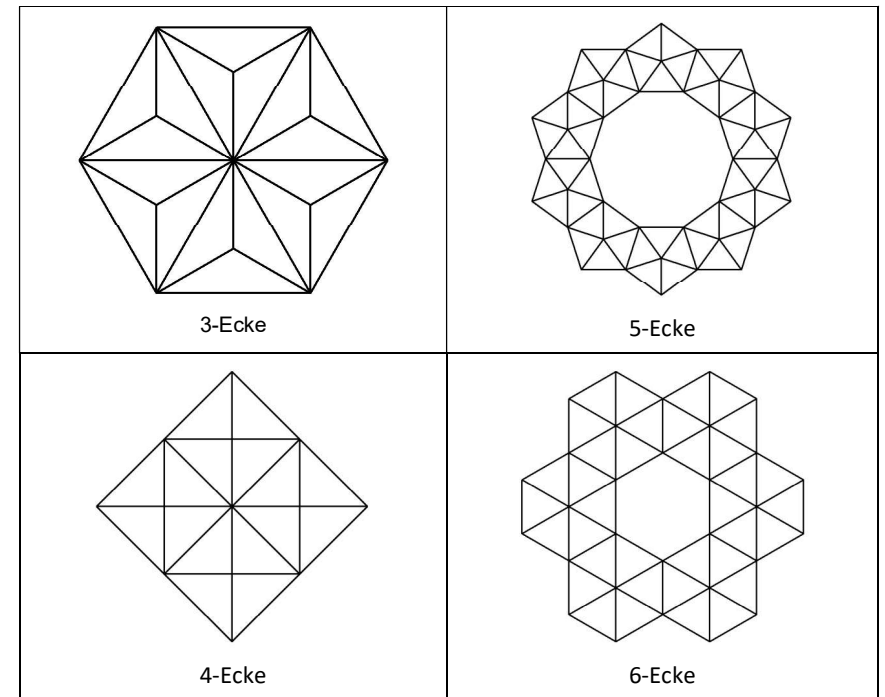


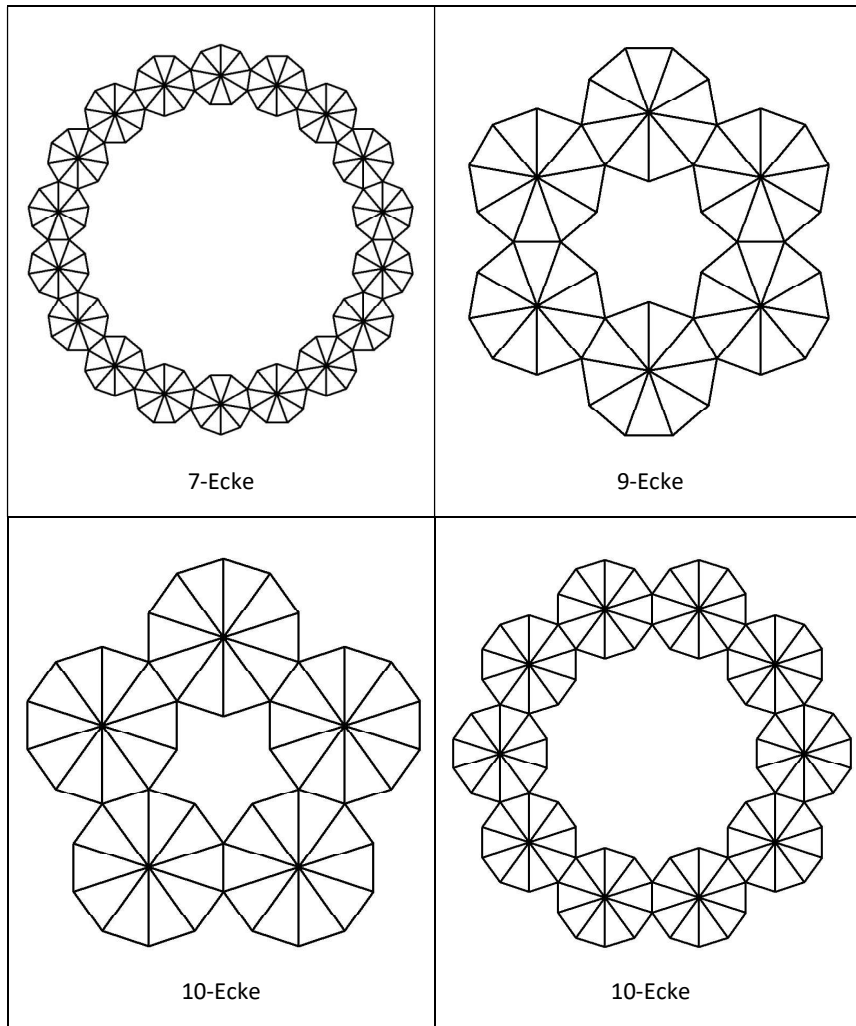
14. Zum Ausmalen: Bunte Ringe aus regelmäßigen n -Ecken

Die folgende Abbildung zeigt zwei Ringe mit aneinander liegenden regelmäßigen 8-Ecken. Die 8-Ecke sind jeweils in acht gleichschenklige Dreiecke unterteilt und diese in acht Farben gefärbt; zwei benachbarte Dreiecke aus benachbarten 8-Ecken haben jeweils die gleiche Färbung.



Zum Ausmalen: Färbe die folgenden Ringe von Vielecken auf die gleiche Weise.





7-Ecke

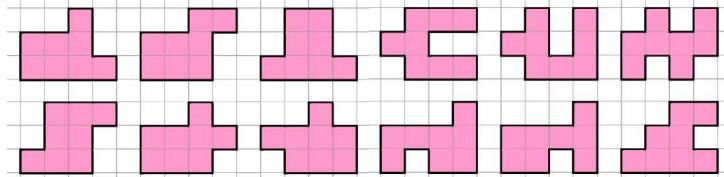
9-Ecke

10-Ecke

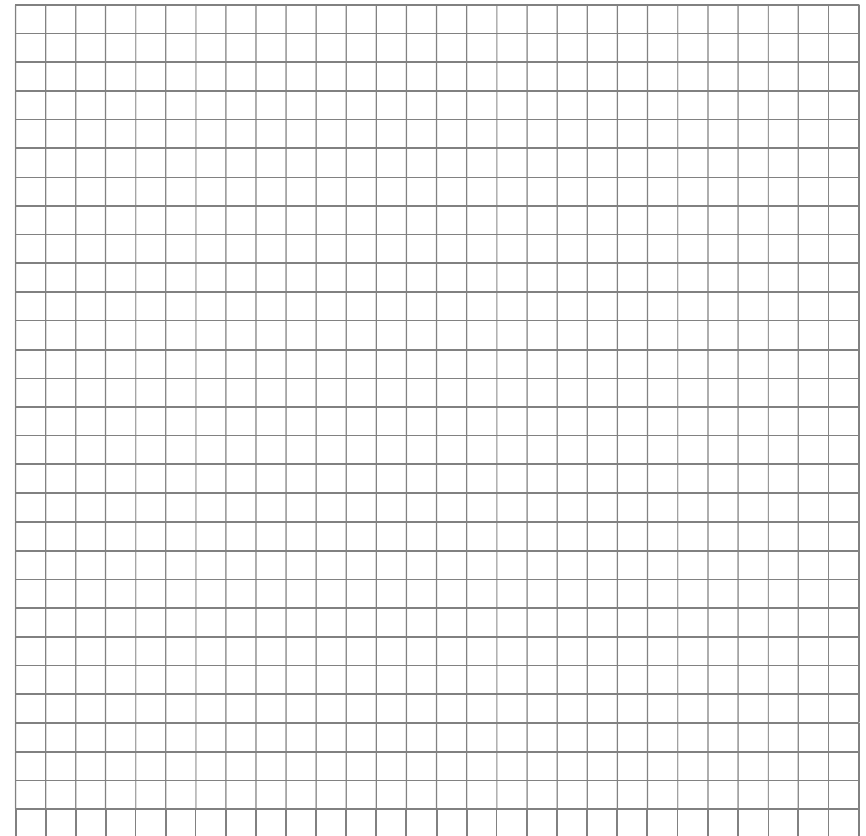
10-Ecke

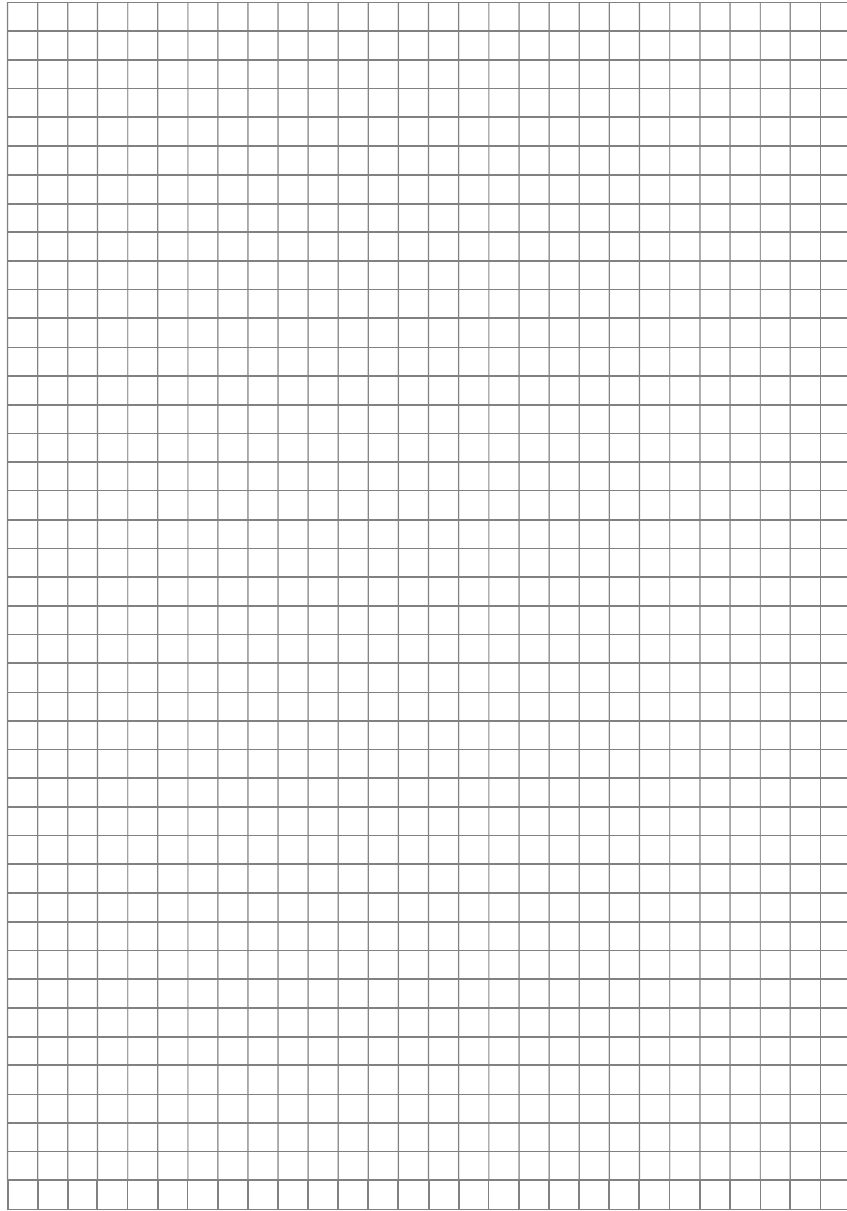
15. Zum Aufmalen: Geometrische Figuren auf kariertem Papier

Ausgangsfigur ist ein 3×4 -Rechteck auf kariertem Papier. Man kann auf verschiedene Weise einzelne oder mehrere Quadrate aus dem Rechteck herausnehmen, ohne dass die Gesamtbreite und die Gesamthöhe verändert wird.

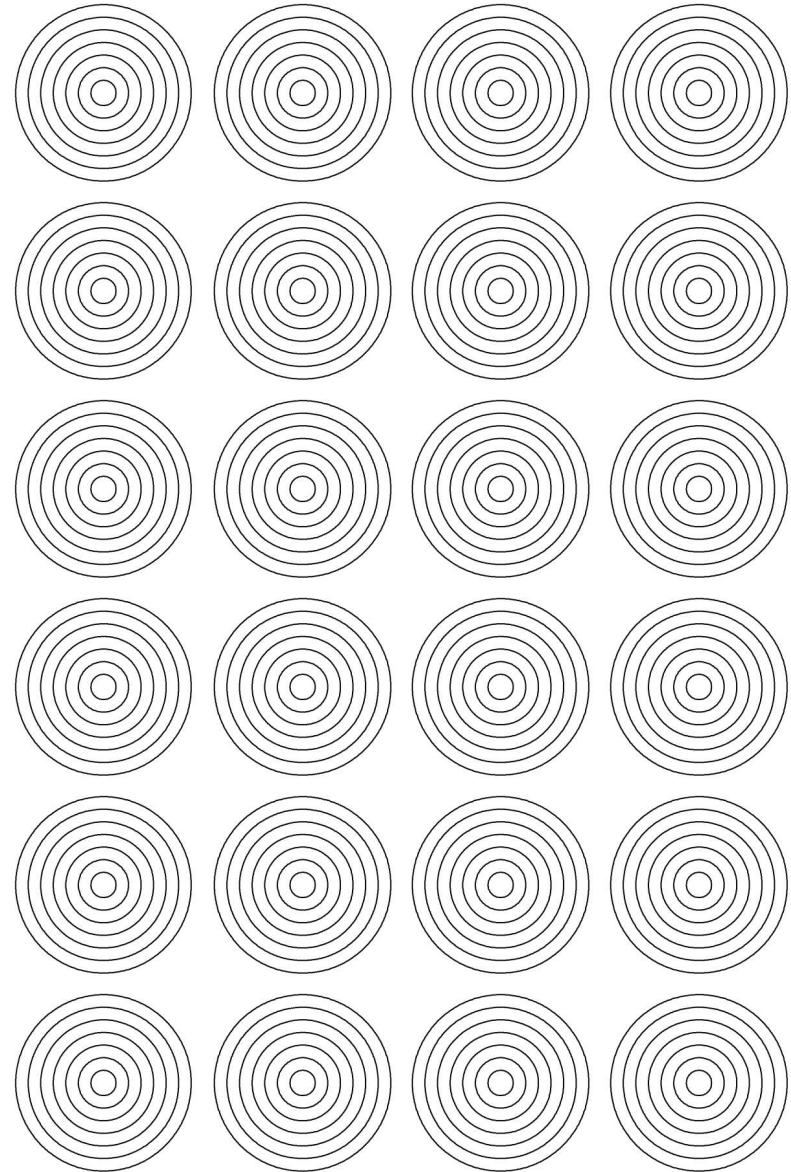


- Welche Formen sind überhaupt möglich? Welche Umfänge bzw. Flächeninhalte haben diese Figuren?

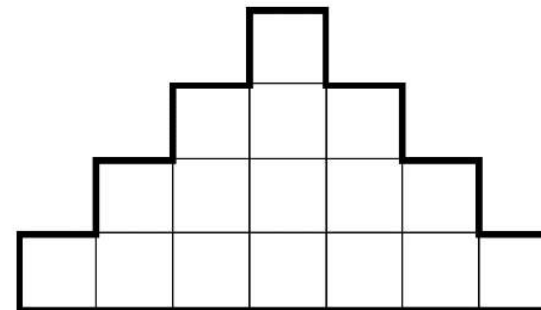
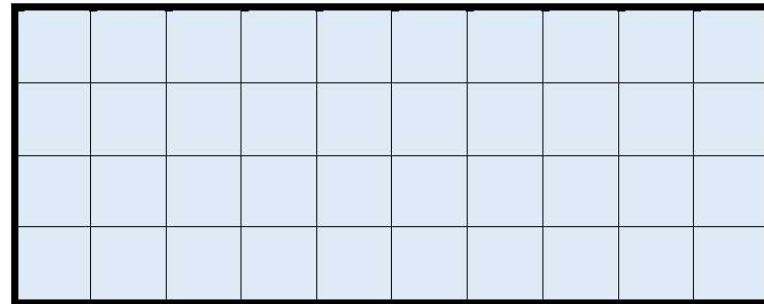
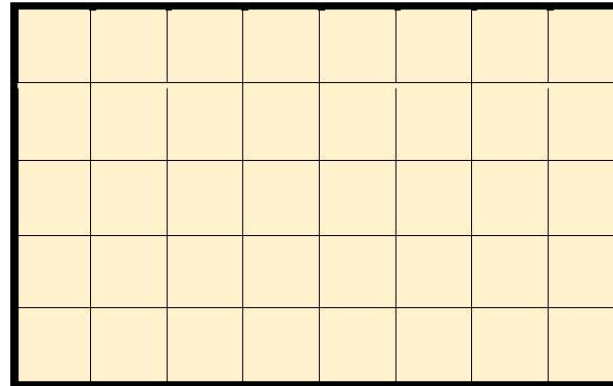
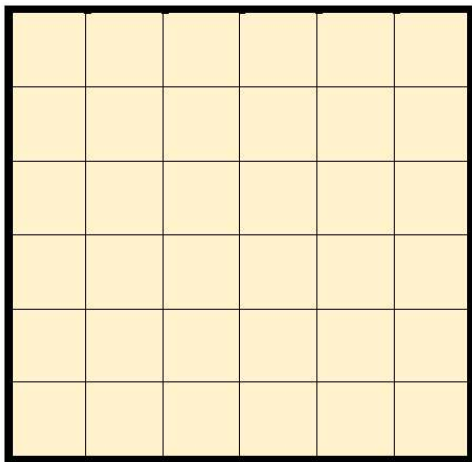
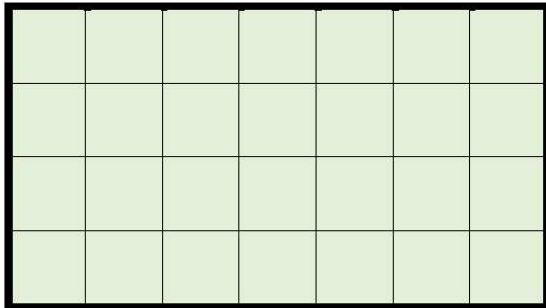
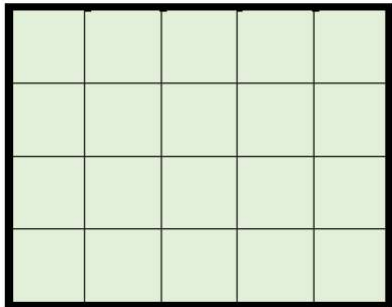


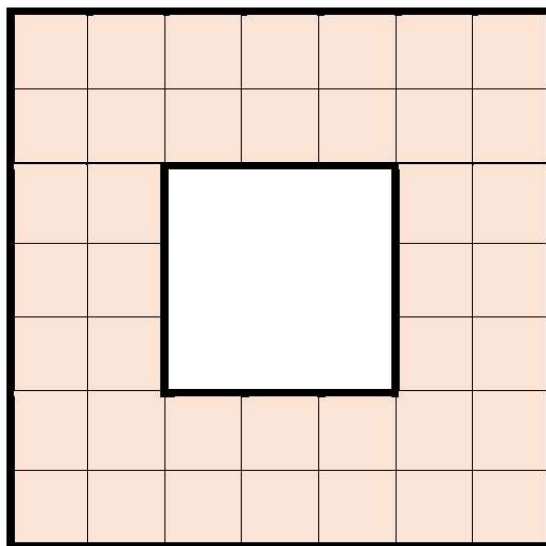
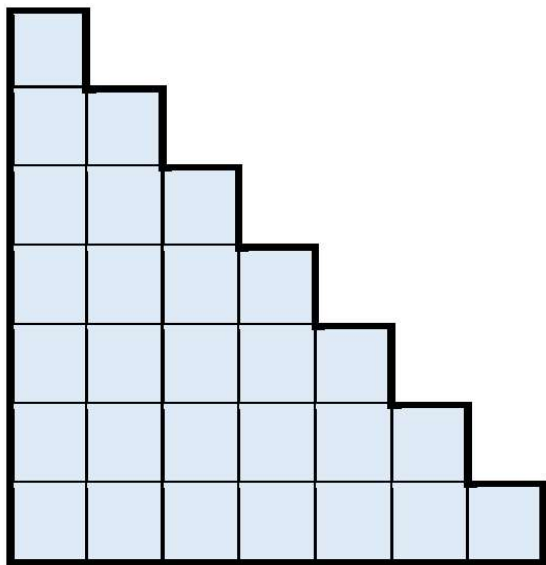


Zu 2: Konzentrische Kreise zum Ausmalen



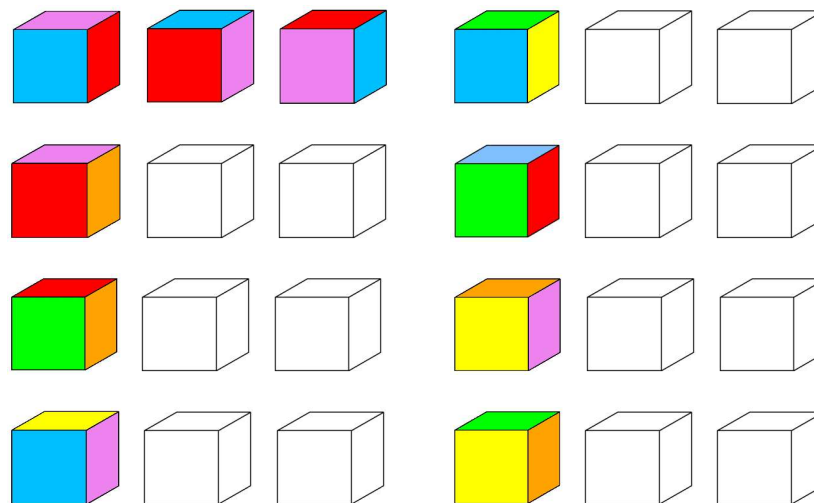
Zu 4: Vorgegebene Formen zum Auslegen mit Tetrominos



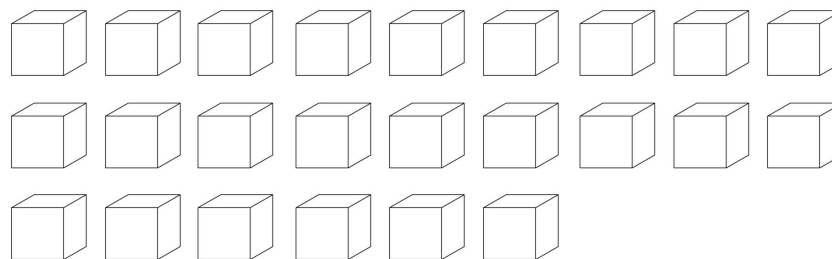
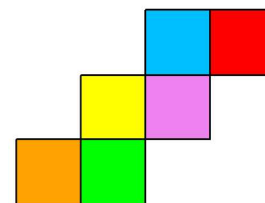


Zu 5: Schrägbilder von Würfeln – zum Ausmalen

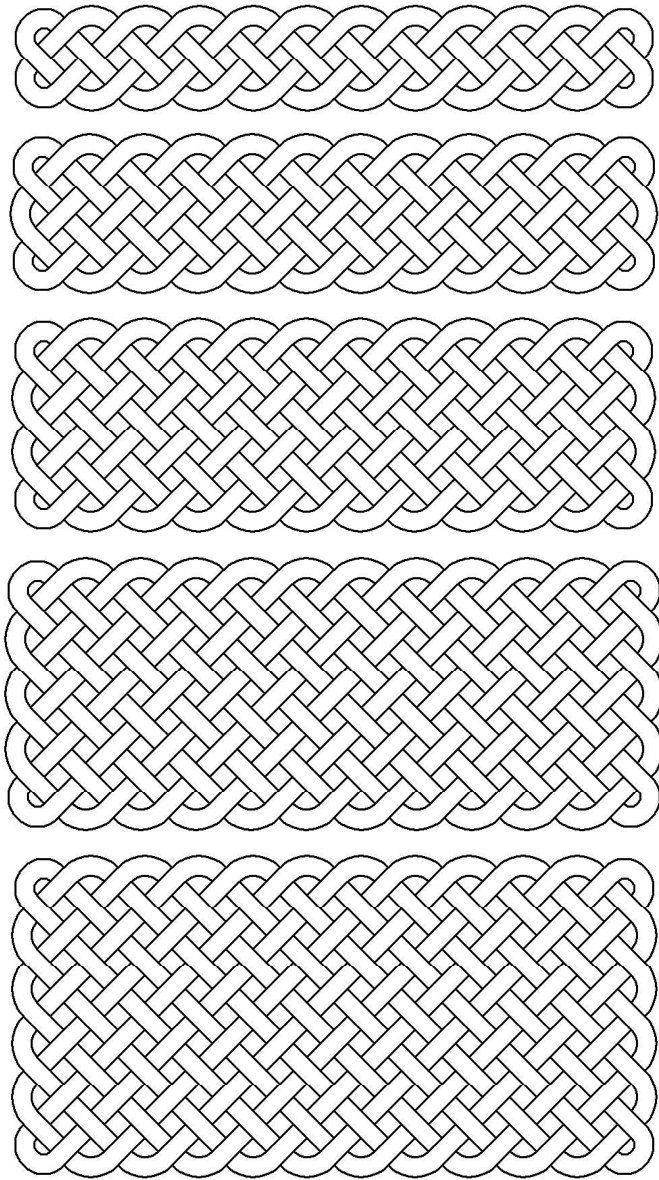
- Von den 24 möglichen Schrägbildern ist die Hälfte abgebildet. Welche Bilder fehlen noch?



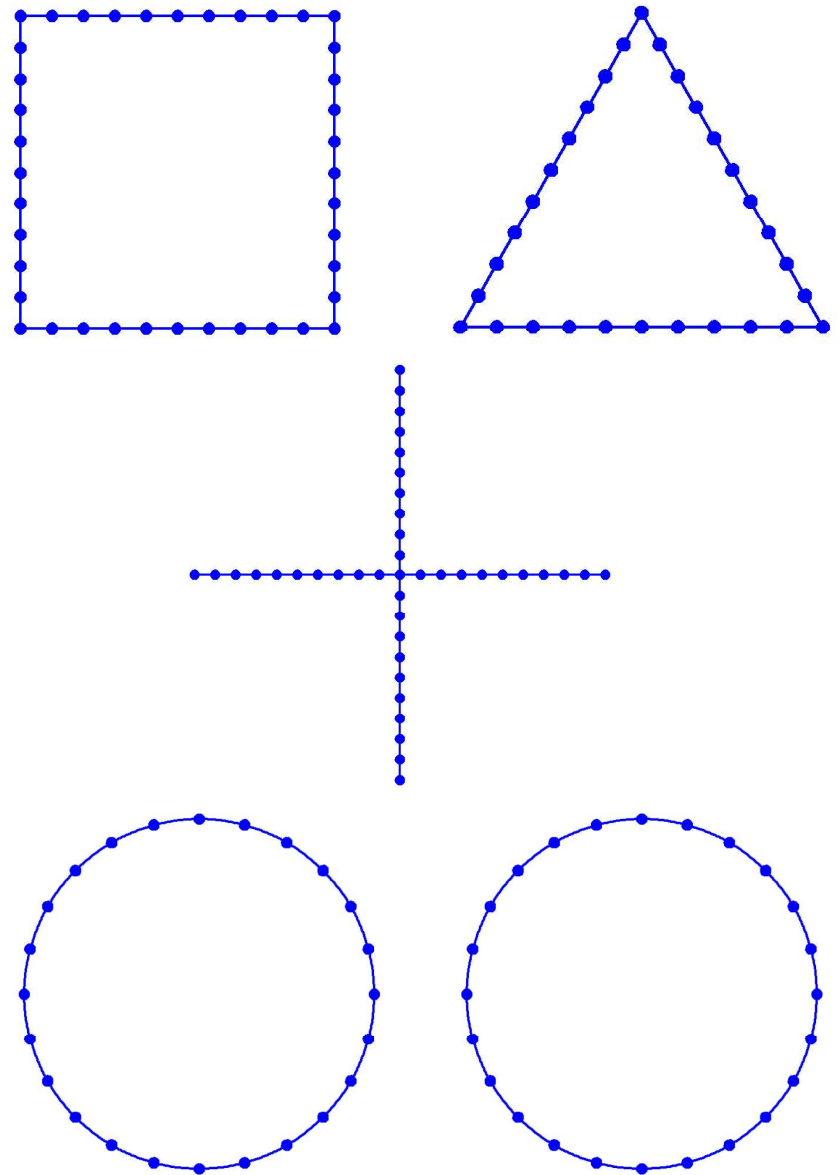
- Zum Ausmalen: Zeichne alle Schrägbilder zum folgenden Würfelnetz.



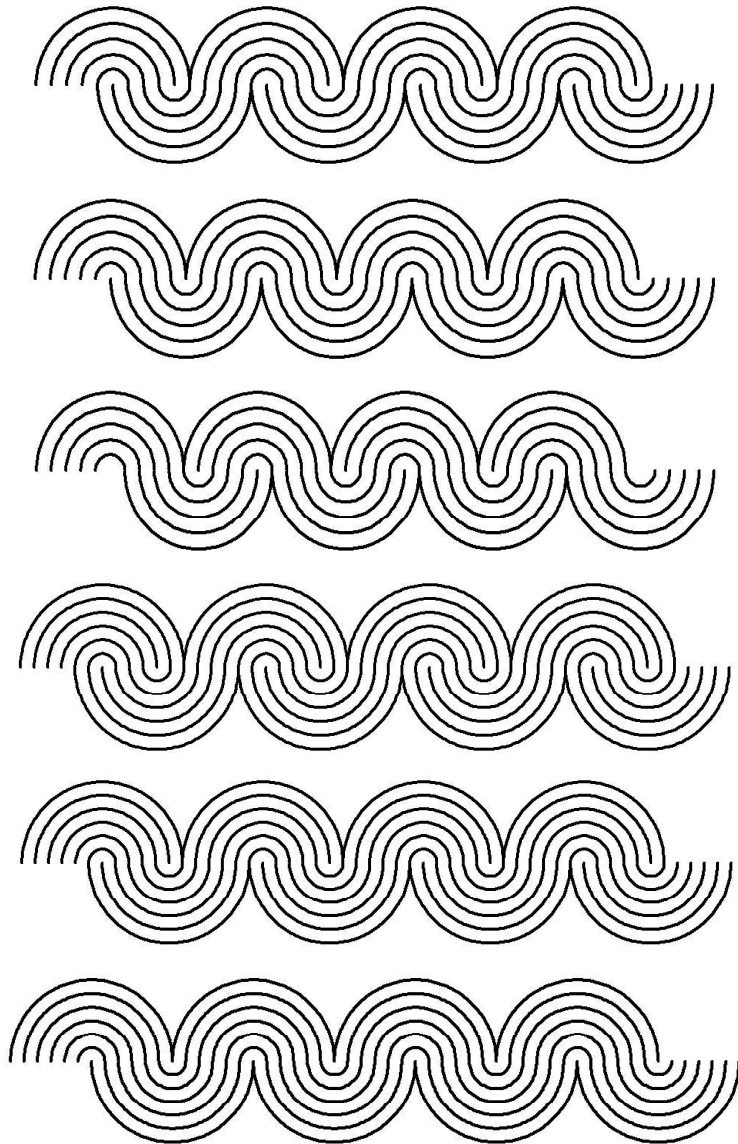
Zu 6: Flechtbänder zum Ausmalen: Wie viele Farben werden benötigt?



Zu 8: Vorgegebene Formen, um Fadenbilder zu erzeugen



Zu 9: Verschobene Halbkreise zum Ausmalen



Mathematik für das Friedensdorf Oberhausen

Seit meiner Pensionierung im Jahr 2007 versuche ich, die Arbeit des Friedensdorfs Oberhausen als dessen Botschafter durch den Verkauf von Mathematik-Kalendern zu unterstützen.

Einzelheiten hierzu finden Sie auf meiner Homepage

www.mathematik-ist-schoen.jimdo.com

Diese Kalender mit Knobelaufgaben („Problem des Monats“, verschiedene Altersstufen, einschl. Lösungen, auch aus früheren Jahren) können Sie bei mir bestellen (als pdf zum Selbstaussdrucken) – die Einkünfte gehen *ohne Abzüge* an das Friedensdorf.

Einen Teil meiner Spenden an das Friedensdorf habe ich durch den Verkauf meiner Bücher aus dem Springer-Verlag erwirtschaftet. Mit dem Verlag habe ich vereinbart:

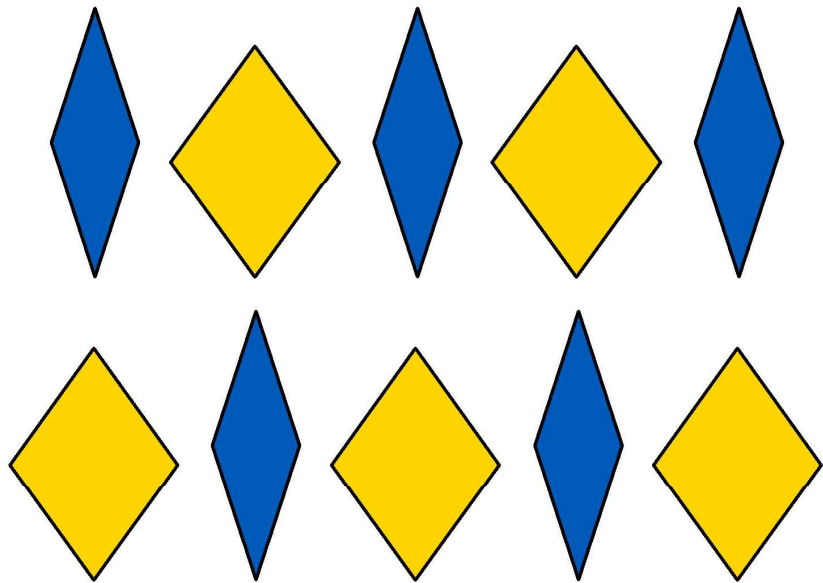
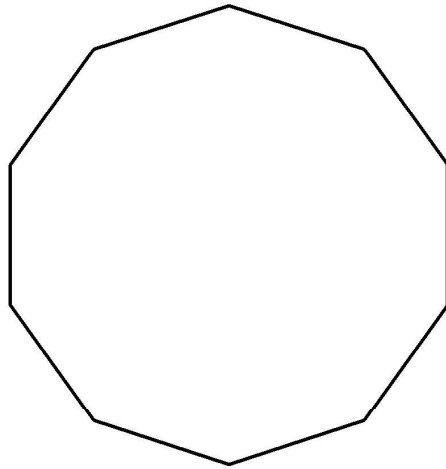
- Wenn diese Bücher *über mich* gekauft werden, geht jeweils 25 % des Verkaufspreises (= mein Buchhändler-Rabatt) als Spende an das Friedensdorf.



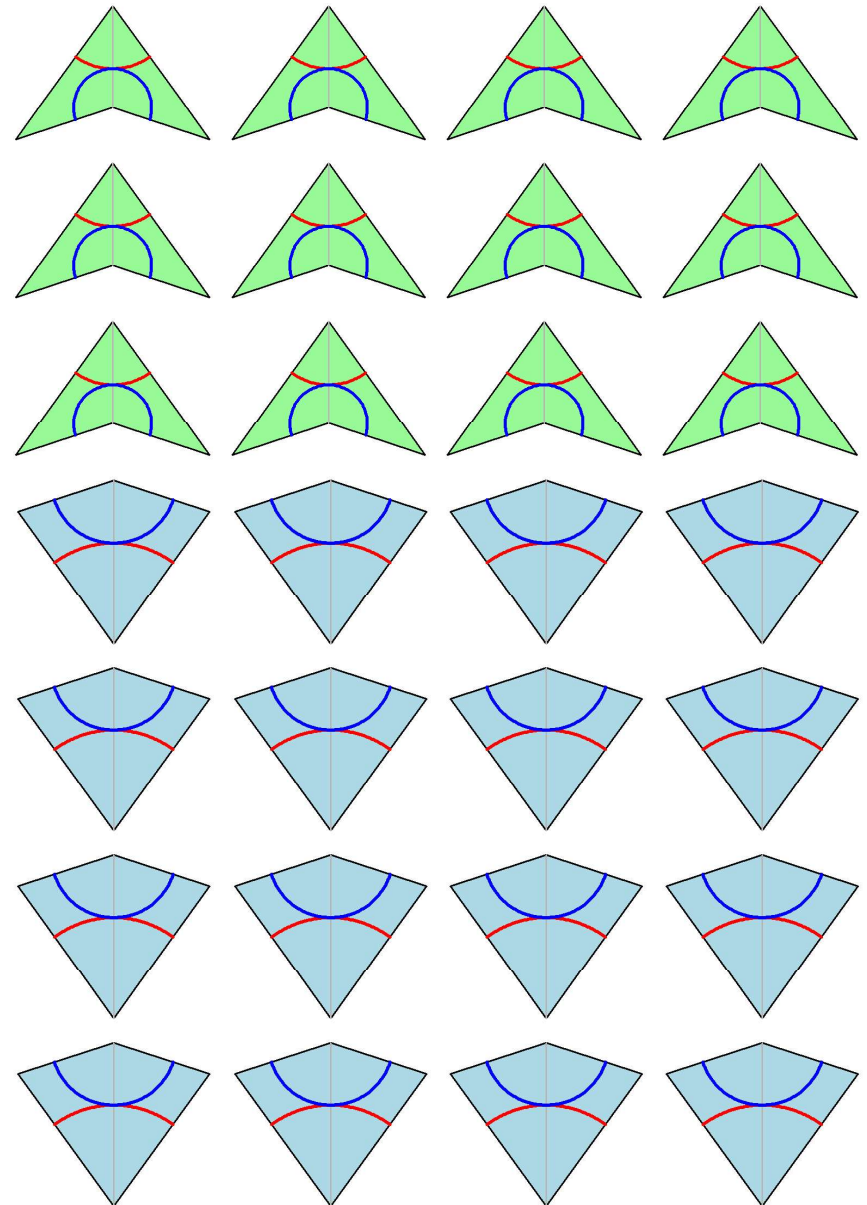
- **Gerne schreibe ich Widmungen in die Bücher!**

Alle Inhalte der hier vorliegenden Sammlung von **Blättern zum Ausmalen, Ausschneiden und Auslegen** finden Sie in diesen drei Büchern, aber natürlich noch viel, viel mehr ...

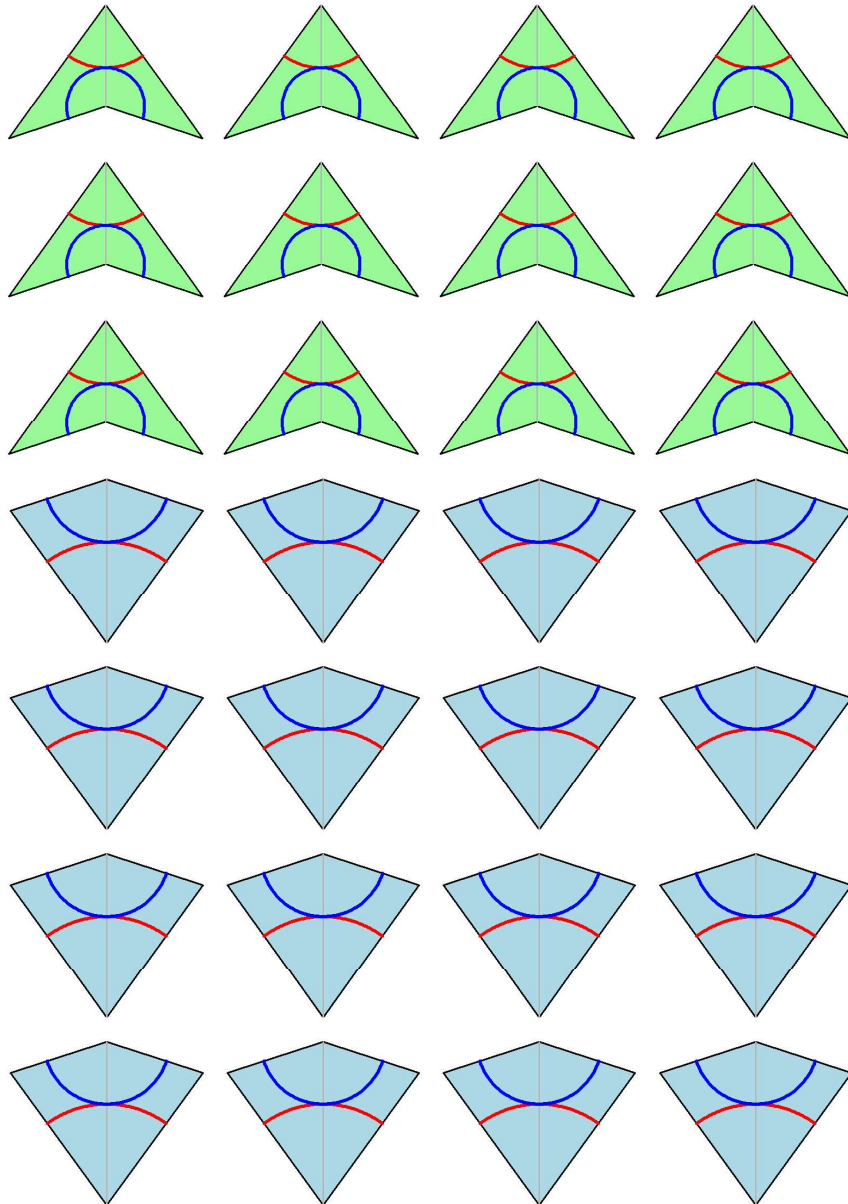
Zu 1: Parkettierung eines regelmäßigen 10-Ecks mit Rauten



Zu 3: Darts & Kites zum Ausschneiden und Auslegen

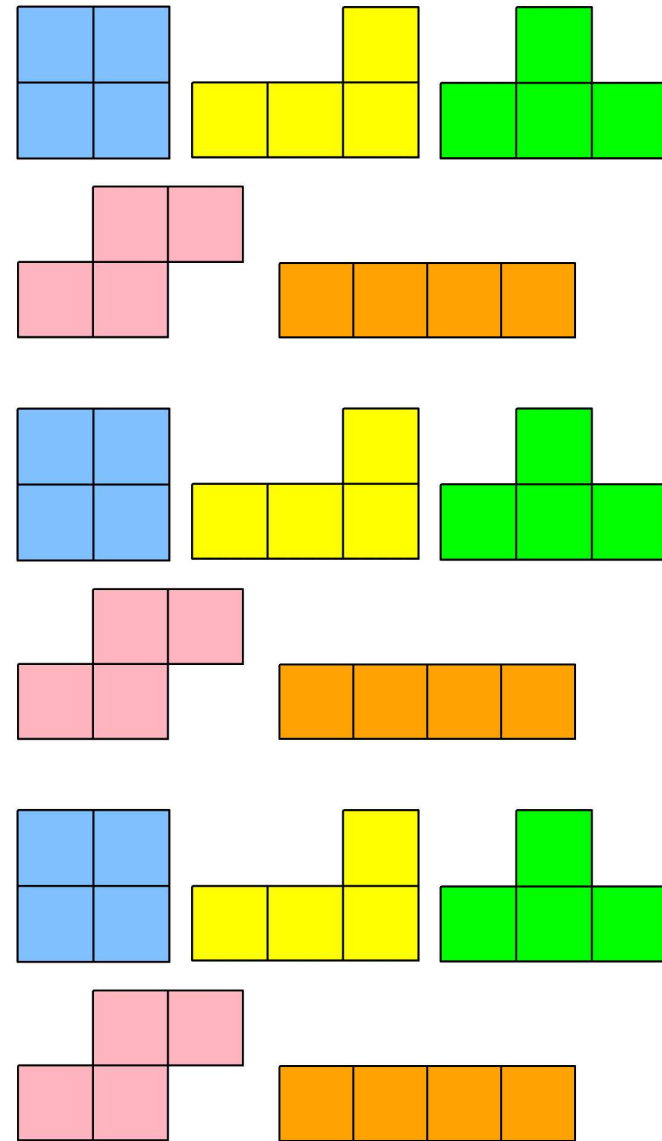


Zu 3: Darts & Kites zum Ausschneiden und Auslegen



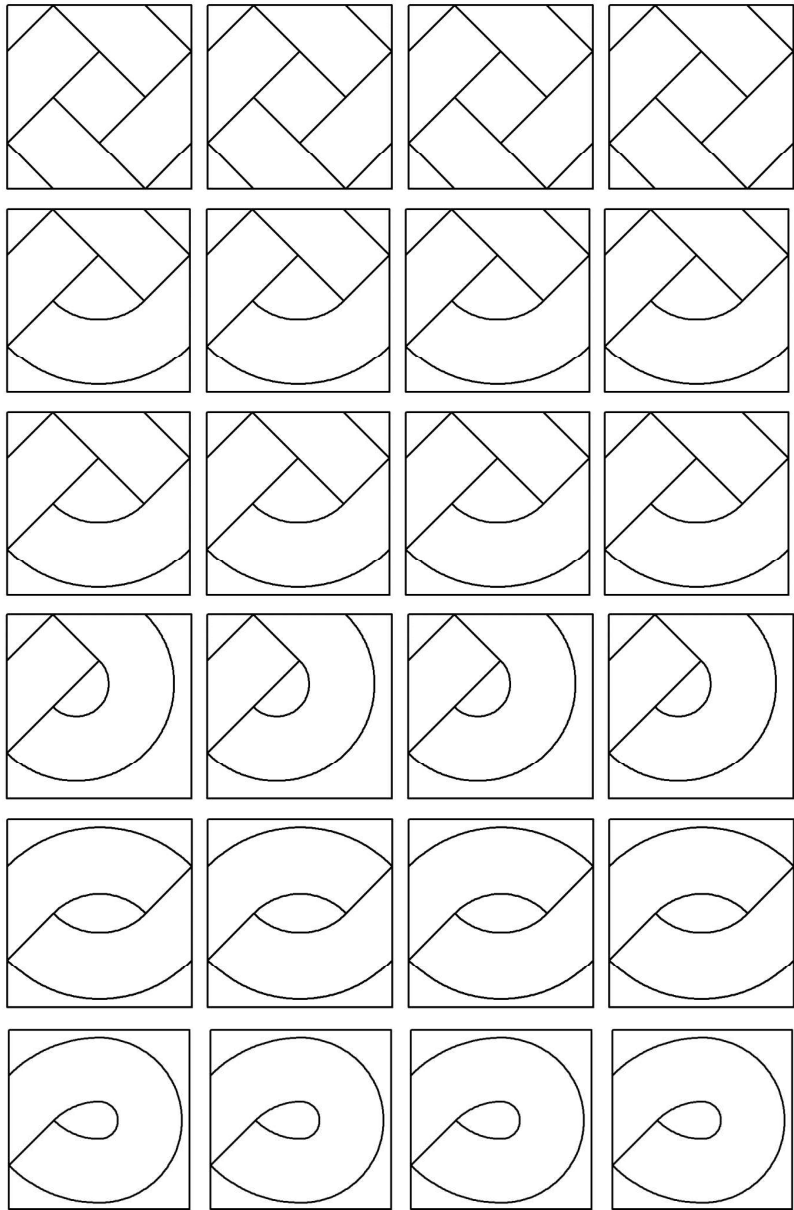
Bestellungen an strick.lev@t-online.de © Heinz Klaus Strick Leverkusen 2022

Zu 4: Tetrominos zum Ausschneiden

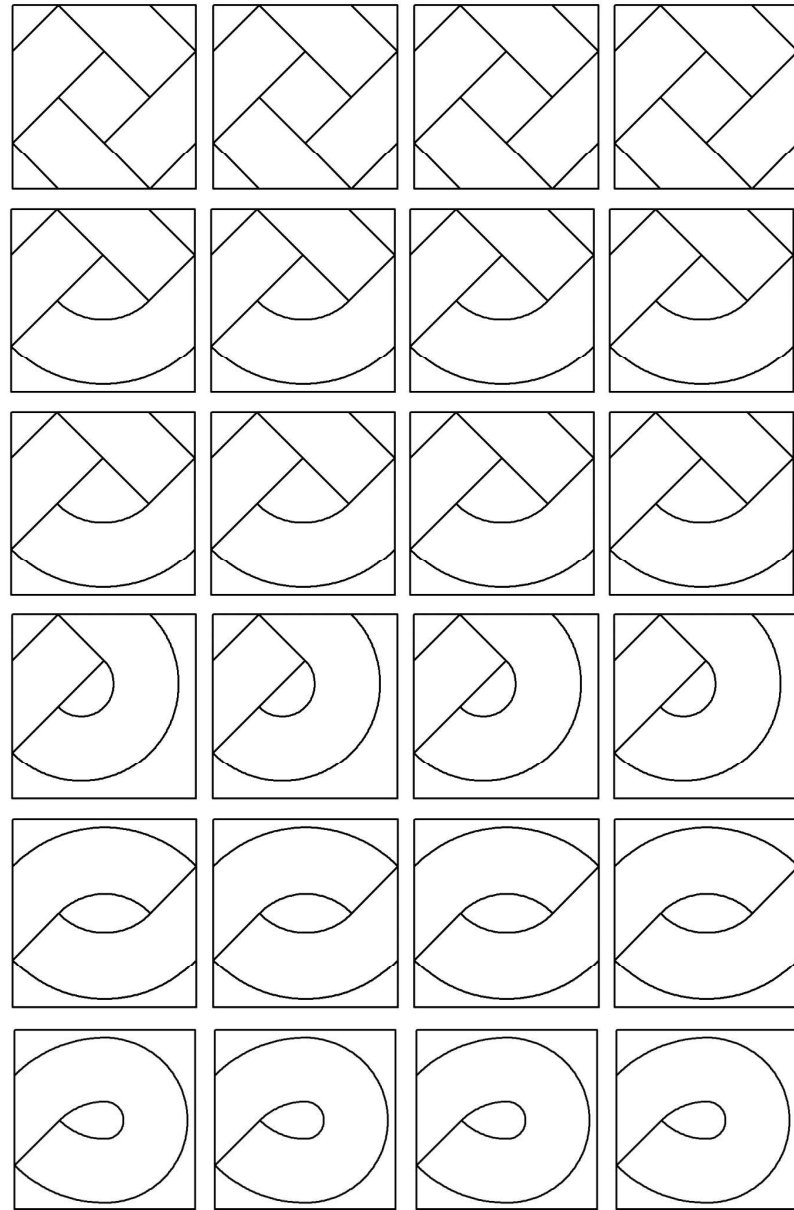


Bestellungen an strick.lev@t-online.de © Heinz Klaus Strick Leverkusen 2022

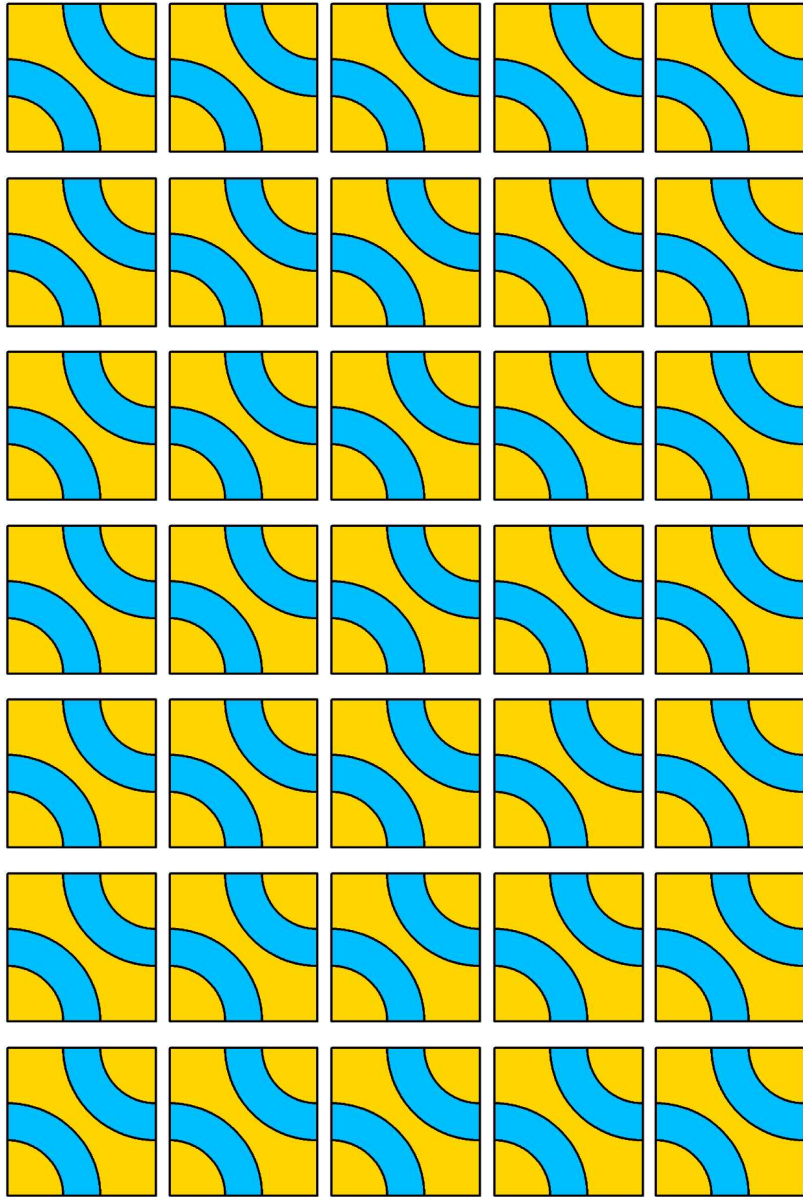
Zu 6: Knoten-Elemente zum Ausschneiden und zum Auslegen



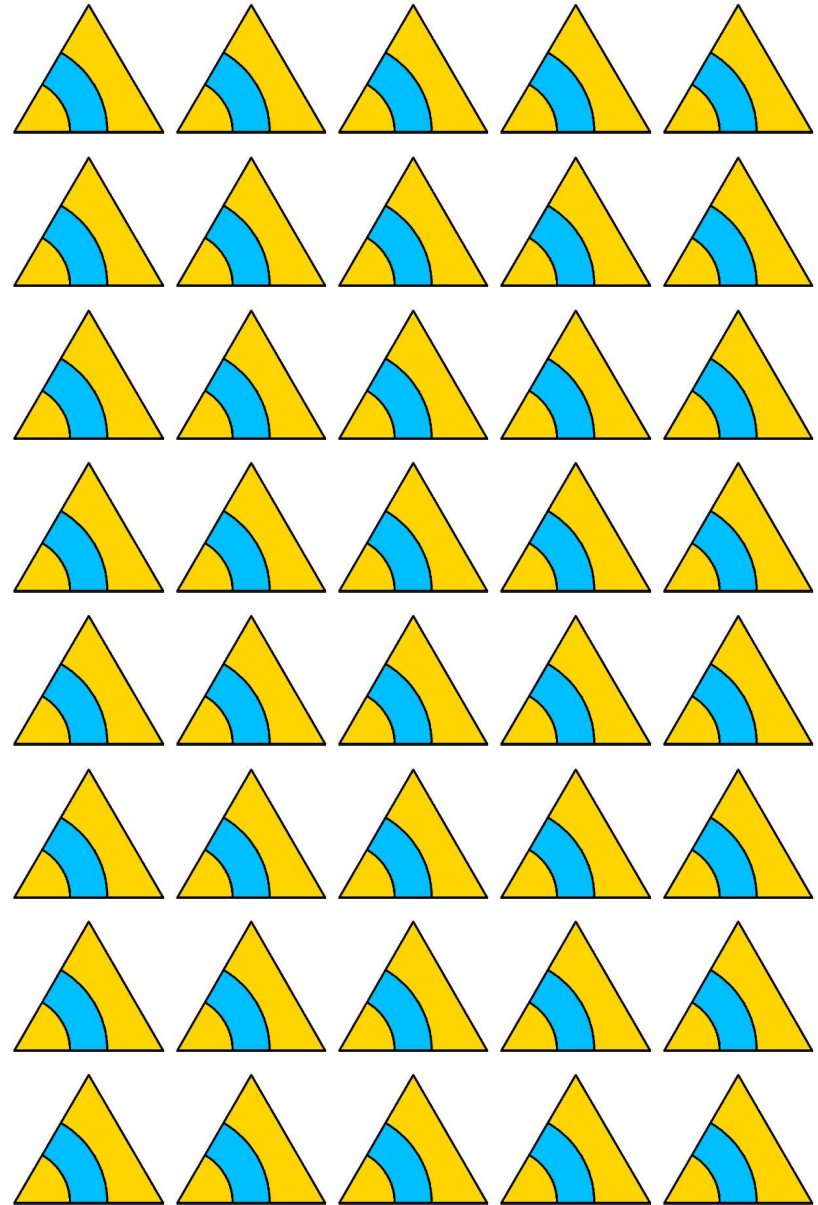
Zu 6: Knoten-Elemente zum Ausschneiden und zum Auslegen



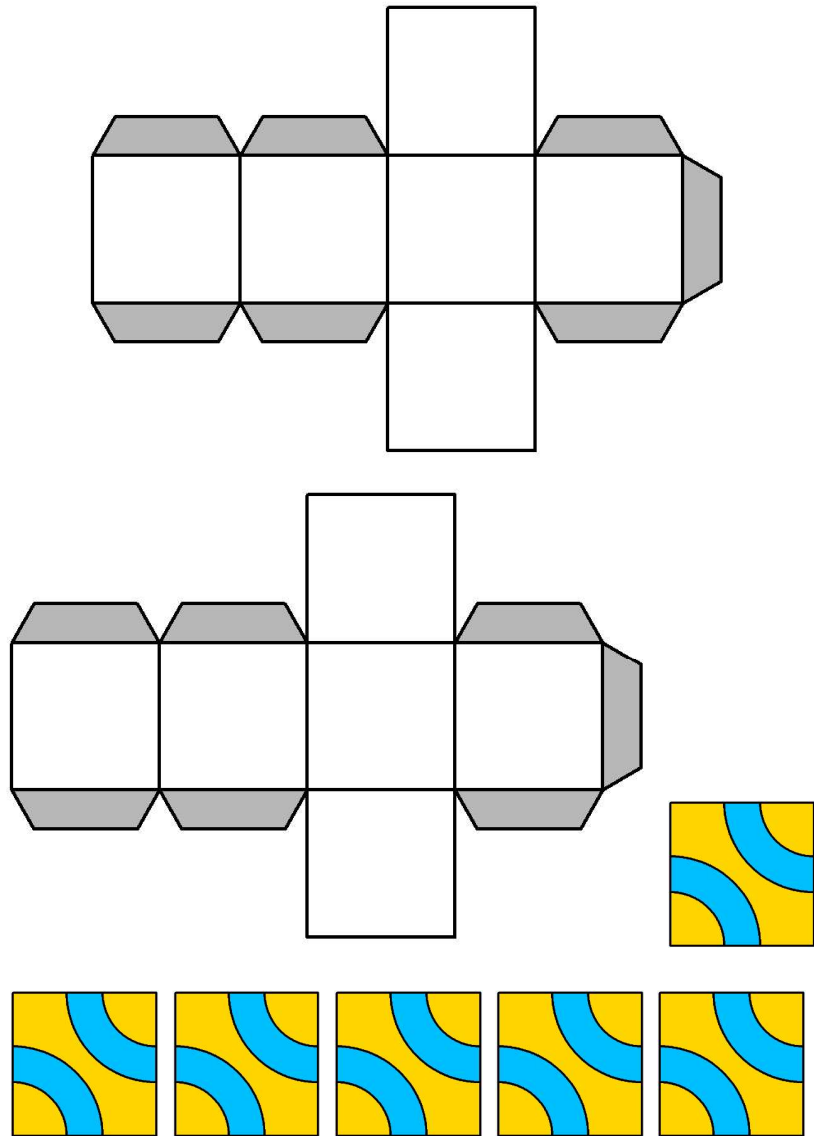
Zu 7: Einfache Muster zum Ausschneiden und Auslegen



Zu 7: Einfache Muster zum Ausschneiden und Auslegen

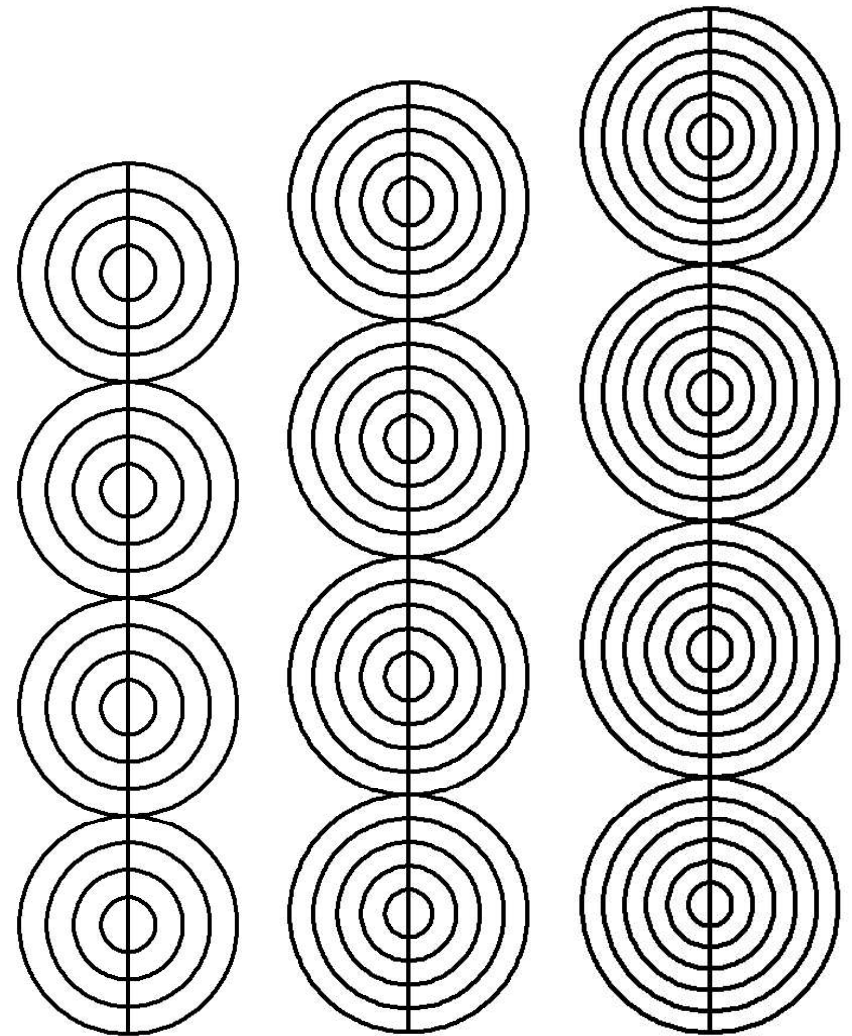


Zu 5: Würfelnetz mit Klebefalz zum Ausschneiden und Bekleben

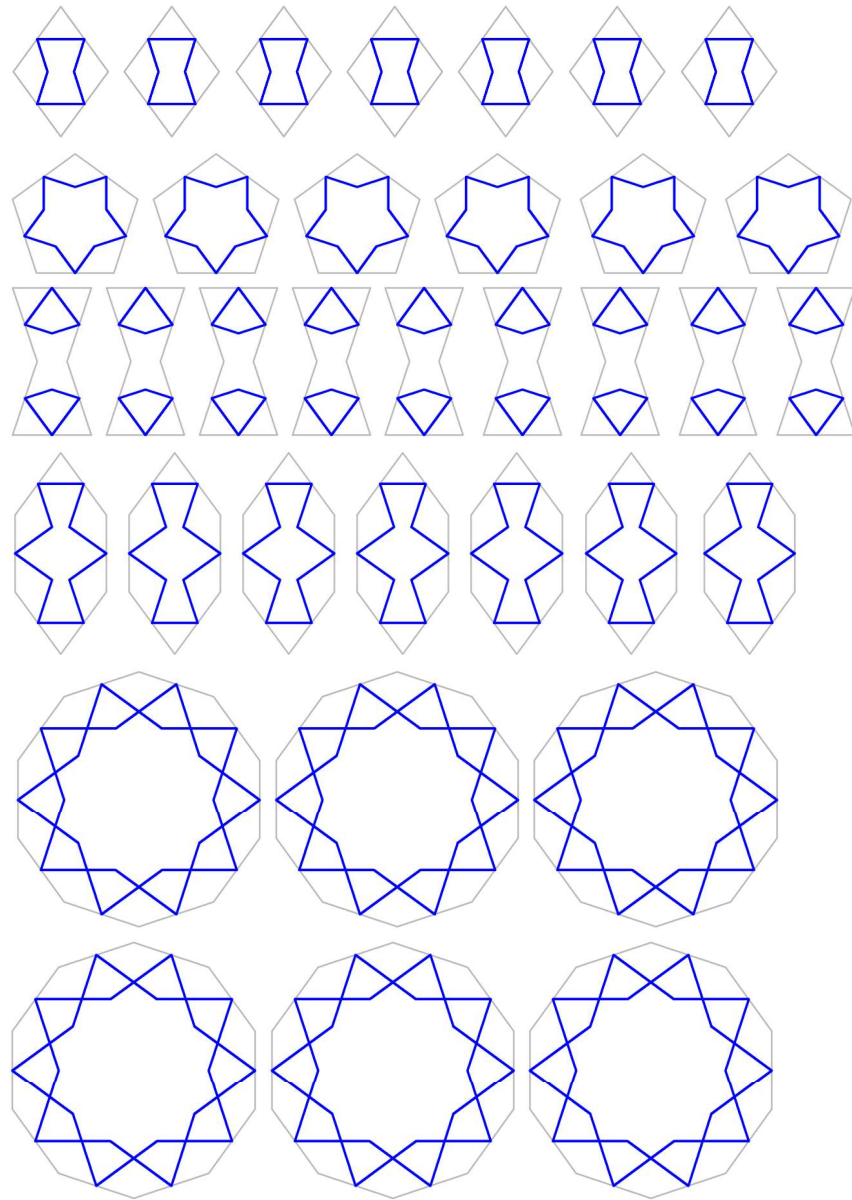


(weitere Quadrat-Muster auf Seite 32)

Zu 9: Konzentrische Halbkreise zum Ausschneiden



Zu 10: Girih-Muster zum Ausschneiden und Auslegen



Zu 11: Puzzlestücke – zum Aufmalen und Ausschneiden

